

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ
И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Северо-Кавказский филиал
ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

А.Г. ЖУКОВСКИЙ, В.И. ЮХНОВ

Методические указания
По выполнению практического занятия №3
по дисциплине

СЕТИ И СИСТЕМЫ РАДИОСВЯЗИ

Направление подготовки 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и си-
стемы связи.

Профиль «Инфокоммуникационные системы и сети»

Ростов-на-Дону
2022

Методические указания
по выполнению практического занятия №3
по дисциплине
СЕТИ И СИСТЕМЫ РАДИОСВЯЗИ

Составители: А.Г. Жуковский, проф. каф. «ИТСС»,
В.И. Юхнов зав. кафедрой ИТСС

Рассмотрено и одобрено
на заседании кафедры ИТСС
Протокол от « 19 » 12 2022 г., № 5 .

Практическое занятие №3

ТЕМА: «ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ. СИНТЕЗ ГЕНЕРАТОРА М-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ»

Цель работы:

1. Закрепить теоретические знания по генераторам М-последовательностей;
2. Изучить методику и получить практические навыки по исследованию основных свойств М-последовательностей;
3. Научиться формировать структурные схемы генераторов М-последовательностей, построенных на основе регистров сдвига.
4. Изучить принципы построения радиоприемных устройств для приема ШПС.

1. Основные положения по технике безопасности

В приборах и устройствах, используемых в лабораторной установке, имеются высокие напряжения, опасные для жизни. Поэтому в процессе выполнения работы студенты должны соблюдать высокую дисциплину на занятии, точно, четко и своевременно выполнять все требования преподавателя и работников лаборатории.

Во избежание поражения электрическим током при выполнении лабораторной работы **запрещается:**

- самостоятельно включать аппаратуру;
- извлекать и вскрывать блоки лабораторных установок и измерительных приборов;
- заменять предохранители в блоках и измерительных приборах при включенной аппаратуре;
- прикасаться руками или какими-либо предметами (отвертками, оголенными концами проводов и т.п.) к зажимам и гнездам лабораторной установки и измерительных приборов.

В случае поражения электрическим током **немедленно:**

- выключить напряжение сети, освободить пострадавшего от токонесущих цепей, обеспечив собственную безопасность;
- доложить руководителю занятий о случившемся;
- оказать пострадавшему медицинскую помощь.

2. Эксплуатационные вопросы

1. Перед включением приборов необходимо провести их внешний осмотр и подготовку к работе, обратив внимание на наличие их заземления.

2. При проведении исследований необходимо соблюдать последовательность выполнения операций, указанных в настоящем руководстве.

3. Краткие сведения из теории

3.1 Выбор сигнала в помехозащищенных радиоканалах

Постоянный большой интерес к широкополосным методам и системам передачи информации объясняется в основном их высокой помехоустойчивостью и скрытностью (помехозащищенностью). Реализация широкополосных методов и систем предполагает применение широкополосных сигналов, полоса частот которых существенно превышает полосу частот передаваемого сообщения. База широкополосных сигналов B_c удовлетворяет следующему условию

$$B_c = F_c * T_c \gg 1 \quad (1)$$

где F_c - полоса частот сигнала;

T_c - длительность сигнала.

Величина B_c характеризует количество информации, которое может нести сигнал.

В технической литературе часто используется понятие широкополосный метод или широкополосный канал. Широкополосным будем называть такой метод передачи сообщений, при котором используется широкополосный сигнал. По методу расширения спектра различают сигналы с расширением полосы частот и с расширением полосы частот несущей сигнала (сложные сигналы).

Сигнал с расширением полосы образуется путем угловой модуляции с большим индексом синусоидальной несущей. Такие сигналы имеют базу, удовлетворяющую условию (1). Сигналы с расширением спектра несущей могут быть образованы либо путем дополнительной модуляции несущей детерминированной функцией, либо путем использования широкополосной несущей. При расширении спектра синусоидальной несущей можно модулировать расширяющей функцией ее амплитуду, фазу или частоту. Тогда аналитическая запись несущей с расширенным спектром будет иметь вид (рассмотрим только модуляцию фазы)

$$U_{\phi m}(t) = A_c \cos[\omega_0 t + M_\phi g(t) + \varphi] \quad (2)$$

где A_c - амплитуда несущей сигнала;

ω_0 - частота несущей;

φ_0 - начальная фаза;

M_ϕ - индекс фазовой модуляции;

$g(t)$ - расширяющая функция.

Как правило, расширяющая функция является цифровой детерминированной периодической функцией. Это объясняется тем, что именно такие функции наиболее технологичны при их формировании и обработке. Можно по аналогии с формулой (1) ввести понятие базы расширяющей функции

$$B_g = F_g * T_g \gg 1 \quad (3)$$

где F_g – полоса частот функции $g(t)$,

T_g – период функции $g(t)$.

Таким образом, промодулированная синусоидальная несущая будет сама сложным сигналом, база которого определяется выражением (3).

В цифровых системах связи длительность ШПС и скорость передачи информации R связаны соотношением $T=1/R$. Поэтому база ШПС

$$B = F/R$$

характеризует расширение спектра ШПС относительно спектра сообщения

В качестве расширяющих функций, можно использовать различные кодовые (числовые) последовательности, в соответствии с которыми проводится манипуляция параметров несущей. Если используется двоичная последовательность, то сформированный на ее основе сигнал носит название бинарного. В настоящее время широкое применение в помехозащищенных радиоканалах находят линейные и нелинейные кодовые последовательности. Среди линейных последовательностей наиболее часто используются коды Баркера, Голда, последовательности Лежандра, M – последовательности и другие, относящиеся к линейным рекуррентным последовательностям. Основные требования к выбору последовательностей $g(t)$ заключается в анализе их корреляционных свойств и размера ансамбля.

3.2. Свойства M – последовательности

Максимальность периода M – последовательности следует из того, что в процессе ее формирования генератор принимает все возможные состояния за исключением одного, когда во всех разрядах генератора записаны нули, ибо сумма по модулю два любого количества нулей равна нулю и генератор из этого состояния выйти не может. Поэтому период M – последовательности равен $L = 2^k - 1$.

Для дальнейшего рассмотрения материала следует сделать небольшое отступление и обсудить вопросы, связанные с корреляционными свойствами ПСП. Для их характеристики используются главным образом периодические и аperiodические АКФ. По определению эргодических процессов, к которым по умолчанию относят детерминированные ПСП, корреляционная функция определяется как

$$k(\tau) = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} S_{ПСП}(t) * S_{ПСП}(t - \tau) dt. \quad (4)$$

Поскольку ПСП изменяют свое значение лишь в дискретные моменты времени, имеется возможность рассчитывать значение корреляционной функции лишь тогда, когда задержка τ кратна длительности элемента ПСП τ_s . В промежутках между ними значение корреляционной функции изменяется линейно. Для расчета ПСП должны быть представлены в алгебраической форме в соответствии с уже известными правилами перехода.

Известно, что значение корреляционной функции рассчитываются по следующему правилу: для каждого дискретного временного сдвига между опорной ПСП и сдвинутой копией (другой ПСП в случае ВКФ) подсчитывается алгебраическая сумма попарных произведений элементов опорной ПСП и сдвинутой копии. Легко заметить, что она равна разности между количеством совпадений и несовпадений знака в опорной ПСП и копии. Отсюда следует вывод о том что периодические корреляционные функции имеют период, равный периоду ПСП, а аperiodические действительно аperiodичны.

М – последовательности обладают рядом полезных свойств, определивших их широкое применение для целей расширения спектра сигналов. К ним относятся следующие:

1. Цикличность. Это свойство заключается в том, что в М-последовательности периода N любые N элементов, взятые подряд, образуют период.

2. Уравновешенность. Это свойство заключается в том, что число единиц за период М-последовательности отличается от числа нулей не более, чем на единицу.

3. Свойство серий. Число серий за период М-последовательности, состоящих из одного символа, двух, трех, и т.д., образуют геометрическую прогрессию с множителем 0.5. Серией называется группа одноименных следующих друг за другом символов.

4. Статистическая независимость. Различные циклические перестановки М-последовательности статистически не зависят друг от друга, что выражается функцией их взаимной корреляции. Эта функция при любом циклическом сдвиге равна — $1/N$, при отсутствии сдвига 1.

5. При суммировании по модулю 2 М-последовательности с ее циклическим сдвигом образуется М-последовательность той же структуры с периодом, равным периоду исходной последовательности, но отличающаяся от нее циклическим сдвигом.

6. В результате суммирования по модулю 2 двух М-последовательностей различных периодов образуется М-последовательность с периодом, равным наименьшему периоду суммируемых последовательностей.

7. В М-последовательности содержатся все n-значные комбинации символов, кроме одной - запрещенной, каждая из которых встречается только один раз за период.

- объем ансамбля М – последовательностей (количество М – последовательностей разной структуры и одинакового периода) определяется формулой

$$N_m = \varphi(2^k - 1) / k, \quad (5)$$

где $\varphi(2^k - 1)$ - функция Эйлера, численно равная количеству целых чисел, взаимно простых (т.е. не имеющих общих делителей) с аргументом этой функции.

Объем ансамбля М – последовательностей наиболее употребимых периодов представлен в таблице 1.

Таблица 1.

k	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N _м	6	8	18	16	48	60	176	144	630	576	1800	2048

Для целого ряда применений объем ансамбля М – последовательностей недостаточен и остро встает задача создания ПСП, корреляционные свойства которых были бы не намного хуже корреляционных свойств М – последовательностей, а объем ансамбля был бы значительно больше.

Одним из наиболее распространенных способов получения больших ансамблей ПСП является применение последовательностей Голда (ПГ). ПГ образуются в результате сложения по модулю два двух М – последовательностей одинакового периода. Корреляционные свойства ПСП при этом ухудшаются незначительно, а переход к ПГ дает увеличение ансамбля более чем в 6000 раз. Примерно вдвое увеличиваются выбросы АКФ и ВКФ и незначительно ухудшаются периодические корреляционные функции.

3.3. Синтез генераторов М-последовательностей

Благодаря вышеперечисленным свойствам М-последовательности широко применяют в радиотехнических системах. Для пояснения этих свойств рассмотрим пример.

Допустим, что сдвигающий регистр (рис. 1) состоит из трех триггерных ячеек $T1$, $T2$, $T3$, которые выполняют роль дискретных элементов задержек, и сумматора по модулю 2. На триггеры поступают сдвигающие импульсы, которые на рис. 1 не доказаны. Они следуют с тактовой частотой $1/\tau_0$. Каждый тактовый импульс вызывает изменение состояния (напряжения на выходе) всех триггеров. При этом напряжение на выходе каждого триггера (символ) становится равным напряжению (символу) на его входе для предыдущего такта. Символы могут принимать два значения, которые условно обозначим 0 и 1.

При суммировании любых комбинаций входных символов на выходе сумматора получаются только символы 0 и 1. Правило суммирования символов в двоичной системе счисления (с двумя возможными значениями символов) по модулю 2 ($\text{mod} 2$) определяется табл. 2.

Таблица 2.

Суммирование по $\text{mod} 2$		
Сумма	0	1
0	0	1
1	1	0

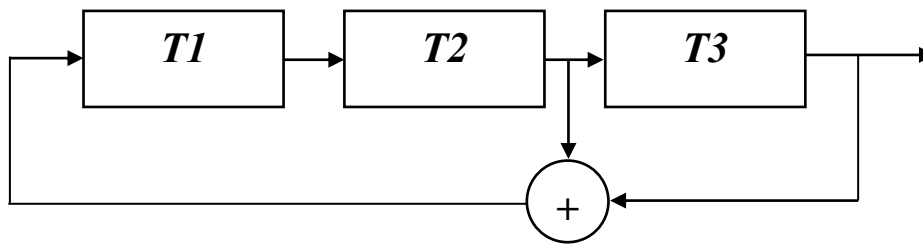


Рис.1

Выясним, в каких состояниях может находиться схема, представленная на рис. 1. Предположим, что в исходном состоянии символ на одном из выходов триггеров отличается от нуля, например символ на выходе триггера $T1$ имеет значение 1, а на выходе $T2$ и $T3$ — значение 0. Тогда исходное состояние сдвигающего регистра характеризуется комбинацией выходных символов 100. На входе $T1$ символ равен 0, так как согласно с табл. 2 символ на выходе сумматора равен $0+0=0$. С поступлением на вход схемы очередного Сдвигающего импульса символы со входов триггеров «переходят» на их выходы. Новое установившееся состояние регистра описывается комбинацией выходных символов 010. На входе $T1$ появляется 1, так как в соответствии с табл. 2 выходной символ сумматора равен $1+0=1$. Аналогично определяются все состояния регистра, приведенные в табл. 3.

Таблица 3

Номер такта	Вход T1	Выходы			Номер такта	Вход T1	Выходы		
		T1	T2	T3			T1	T2	T3
.	6	0	0	1	1
.	7	1	0	0	1
.	8	0	1	0	0
1	0	1	0	0	9	1	0	1	0
2	1	0	1	0
3	1	1	0	1
4	1	1	1	0
5	0	1	1	1

Из рассмотрения табл. 3 видно, что состояния регистра (символы на выходе $T1$, $T2$, $T3$) различны для тактов 1—7, а для последующих тактов они по-

вторяются. Так как число разрядов регистра $k=3$, а основание системы счисления (число используемых символов) $p=2$, то число возможных различных состояний регистра $p^k = 2^3=8$.

В табл. 3 отсутствует нулевая комбинация 000, так как её наличие согласно табл. 2 приводит к обращению в нуль всех символов во всех остальных комбинациях. Поэтому в табл. 3 приведены только возможные для нормальной работы схемы (рис. 1) состояния регистра, число которых $2^3-1=7$. После семи тактов состояния регистра повторяются.

Символы можно считывать с выхода любого триггера. В этом случае получаются последовательности, сдвинутые во времени (табл. 3).

Необходимо отметить, что при заданных k и p период последовательностей определяется схемой включения отводов сдвигающего регистра (выходов триггеров) в цепь обратной связи. Он может быть получен и меньше максимально возможного. Выбор соединений отводов сдвигающего регистра в цепи обратной связи для получения максимального периода последовательности при заданном числе разрядов регистра и основания системы счисления к настоящему моменту полностью определен и решается с помощью таблиц неприводимых многочленов.

При рассмотрении работы схемы рис. 1 было сделано допущение, что исходное состояние регистра характеризуется комбинацией 100. Из табл. 3 видно, что в качестве исходного можно взять любое состояние регистра. Это вызовет лишь сдвиг последовательности во времени.

Число единиц и нулей в периоде последовательности соответственно 4 и 3, причем сумма их равна N .

Сумма двух M -последовательностей, сдвинутых друг относительно друга, является M -последовательностью. В этом можно убедиться, суммируя согласно правилам табл. 2 любые последовательности из табл.3.

Это является следствием того, что сдвинутые M -последовательности можно получить с помощью одной и той же схемы.

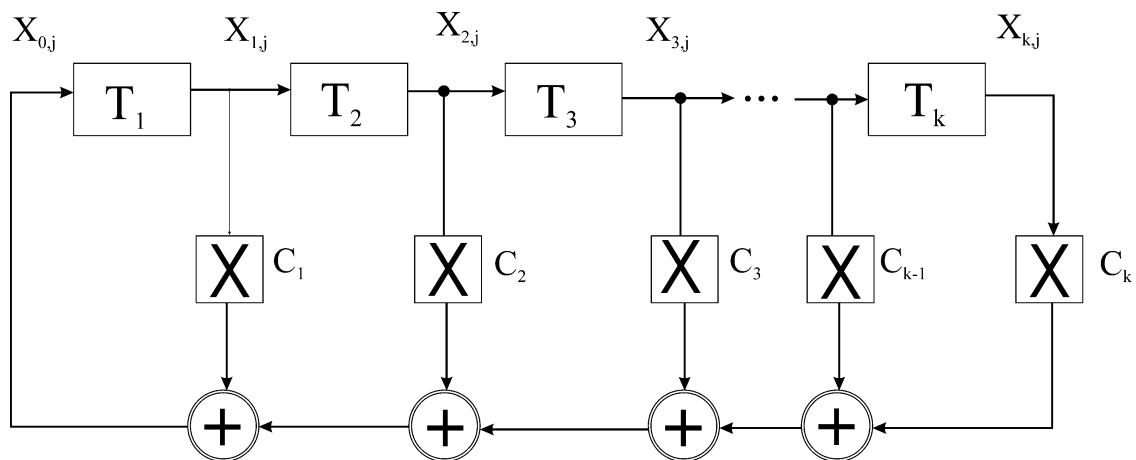


Рис.2

Цифровой автомат формирования М-последовательностей. Общая схема цифрового автомата, формирующего М-последовательность, приведена на рис. 2. Его основу составляет сдвигающий регистр с триггерами $T1, T2, \dots, T_k$, которые осуществляют задержку входного символа на один такт длительностью τ_0 . Допустим, что используются p различных символов: $0, 1, 2, \dots, p-1$, которые образуют конечное множество символов $S = S(0, 1, \dots, p-1)$. Символы на выходах триггеров при j -м такте обозначены через $x_{1,j}, x_{2,j}, \dots, x_{k,j}$, причем $x_{i,j} \in S$. Символ на входе первого триггера обозначен $x_{0,j}$. Символ на выходе l -го триггера на $(j+1)$ -м такте $x_{l,j+1} = x_{l-1,j}$, так как с каждым тактом символ со входа «переходит» на выход. Символы с выходов триггеров поступают на умножители, с выходов которых снимают символы $c_1 x_{1,j}, c_2 x_{2,j}, \dots, c_k x_{k,j}$. Множители $C_l \in S$.

Умножение любого числа на нуль означает, что символ на выходе умножителя всегда равен нулю. Это эквивалентно разрыву цепи между выходом триггера и сумматором. Следовательно умножитель может быть опущен. Например при $p=2$ (символы 0 и 1) множитель c_l может принимать значения 1 или 0, т.е. выходы триггеров или подсоединены к сумматорам, или нет.

Можно записать, что символ на входе $T1$ в j -том такте равен:

$$x_{0,j} = c_1 x_{1,j} + c_2 x_{2,j} + \dots + c_l x_{l,j} + \dots + c_{k-1} x_{k-1,j} + c_k x_{k,j} \quad (5)$$

Выражение (5) является линейным рекуррентным уравнением. Оно позволяет по известным k символам на выходах триггеров найти символ $x_{0,j}$, который в последующем такте перейдет на выход $T1$.

Анализ работы цифрового автомата формирования М-последовательности на основе рекуррентного уравнения (5) показывает, что работа этого автомата полностью определяется характеристическим многочленом

$$f(x) = a_0 x^k + a_1 x^{k-1} + \dots + a_{k-1} x + a_k, \quad (6)$$

коэффициенты которого связаны с множителями c_1, \dots, c_k следующим соотношением:

$$c_n = (-1)^{k+1} a_n \quad (7)$$

Отрицательные значения c_n (7) можно свести с помощью сравнения по модулю p к положительному числу множества S .

Для двоичных М-последовательностей, состоящих из символов 0 и 1 ($p=2$), множители c_n и коэффициенты a_n согласно (7) равны, т. е. $c_n = a_n$, причем $c_n = a_n = 1$.

Таким образом, для определения структуры цифрового автомата (необходимо знать характеристический многочлен степени k . Из теории М-

последовательностей известно, что характеристический многочлен $f(x)$ степени k , во-первых, должен быть неприводимым, т. е. его нельзя представить в виде произведения многочленов меньших степеней, а во-вторых, он должен быть первообразным (примитивным) относительно двучлена $X^N - 1$, т. е. характеристический многочлен $f(x)$ (6) должен делить $X^N - 1$ без остатка. Поэтому характеристический многочлен является первообразным корнем уравнения $X^N - 1$. Если характеристический многочлен является первообразным, то он является и неприводимым.

Таким образом, чтобы при заданных N , k и p определить структуру регистра для формирования М-последовательности с периодом $N = p^k - 1$, необходимо в качестве характеристического многочлена взять первообразный многочлен степени k .

Поскольку двоичные М-последовательности играли и играют особую важную роль в радиотехнических системах, то их свойства были изучены достаточно глубоко, в том числе и характеристические многочлены. Известны таблицы в которых приведены неприводимые многочлены до степени $k=34$. В Приложении 1 приведены в двоичной форме коэффициенты характеристических многочленов a_n для $k=3...11$, т. е. $N=7...2047$, совпадающие с множителями c_n в схеме цифрового автомата (рис. 2), т. е. $a_n = c_n$. Характеристическому многочлену $f(x)$ (6) в Прил. 1 соответствует последовательность представленных в виде 1 или 0. В каждом столбце указана степень многочлена k и его коэффициенты. В Прил. 1 приведены только те характеристические многочлены, которые порождают М-последовательности. Соответственно период М-последовательности $N = 2^k - 1$. Знание коэффициентов a_n позволяет однозначно построить цифровой автомат формирования М-последовательностей. Если $a_n = c_n = 1$, то выход n -го триггера подключен к сумматору по mod 2, если $a_n = c_n = 0$, то выход n -го триггера к сумматору по mod 2 не подключен.

В Прил. 1 приведены значения $k+1$ коэффициента a_n , $n = \overline{0, k}$. Коэффициент $a_0 = 1$ всегда по определению. Для определения структуры цифрового автомата, изображенного на рис. 2, необходимо учитывать коэффициенты a_n , $n = \overline{1, k}$.

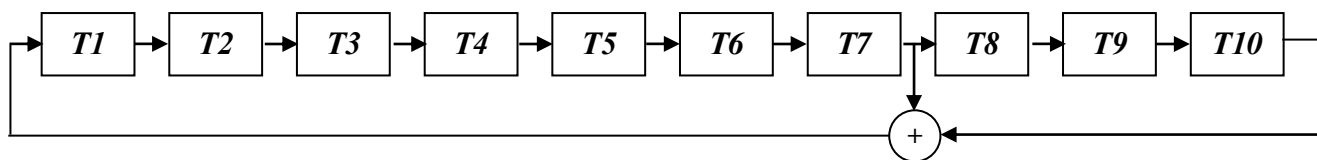


Рис. 3

Для примера на рис. 3 изображена схема цифрового автомата формирования М-последовательности с $k=10$ и $N = 2^{10} - 1 = 1023$. В качестве характеристического многочлена взят многочлен с коэффициентами 10000001001 (пер-

вый в столбце с $k=10$ Прил. 1). В соответствии с коэффициентами многочлена на сумматор по mod 2 поступают символы с выходов 7-го и 10-го триггеров.

Длительность М-последовательности $T = N\tau_0$, где $N=p^k-1$, τ_0 - длительность одиночного импульса (символа). Для двоичных М-последовательностей $N=2^k-1$. Если тактовая частота в сдвигающем регистре $f_T = 1/\tau_0$, то $T = (2^k - 1)/f_T$. В табл. 4 приведены длительности периода М-последовательности для $k=7... 89$ с тактовой частотой $f_T=1$ МГц.

Таблица 4

Регистр длины k	Длина последовательности	Длительность периода последовательности
7	127	$1,27 \cdot 10^{-4}$ с
8	255	$2,55 \cdot 10^{-4}$ с
9	511	$5,11 \cdot 10^{-4}$ с
10	1 023	$1,023 \cdot 10^{-3}$ с
11	2 047	$2,047 \cdot 10^{-3}$ с
12	4 095	$4,095 \cdot 10^{-3}$ с
13	8 191	$8,191 \cdot 10^{-3}$ с
17	131 071	$1,31 \cdot 10^{-1}$ с
19	524 287	$5,24 \cdot 10^{-1}$ с
23	8 388 607	8,388 с
27	134 217 727	13,421 с
31	2 147 483 647	35,8 мин
43	879 609 302 207	101,7 дня
61	2 305 843 009 213 693 951	$7,3 \cdot 10^4$ лет
89	618 970 019 642 690 137 449 562 111	$1,95 \cdot 10^6$ лет

4. ЗАДАНИЕ НА ВЫПОЛНЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

1. Изучить структурную схему генератора М-последовательности и уяснить принцип ее работы.
2. Исследовать процесс формирования М-последовательности регистром сдвига.
3. Составить рекуррентную формулу исследуемой последовательности.
4. Исследовать свойства полученной последовательности.

5. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

1. Исследование процесса формирования М-последовательности регистром сдвига.

Для этого:

- получить у преподавателя справочный лист;

- используя теоретический материал методического пособия, построить схему генератора М-последовательности, соответствующую исходным данным, указанным в справочном листе;
- изобразить в отчете полученную М-последовательность. Длительность τ_0 принять равной 1 клетке;
- имитируя подачу на вход схемы тактовых импульсов, изобразить последовательности, снимаемые с выходов всех триггеров генератора.

2. Составить рекуррентную формулу исследуемой последовательности.

3. Исследование свойств полученной последовательности:

- исследовать свойство цикличности;
- исследовать свойство уравниваемости;
- исследовать свойство статистической независимости, для чего:
 1. вычислить взаимокорреляционные функции исследуемой последовательности с ее циклическими сдвигами (первый сдвиг равен нулю);
 2. построить зависимость функции взаимной корреляции от величины циклического сдвига.

* Расчет производить по формуле $R(\mu) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N a_n a_{n-\mu}$,

где $a_n, a_{n-\mu}$ - символы М-последовательностей сдвинутых относительно друг друга. Выражение под знаком суммы будет равно количеству несовпадений символов минус количество совпадений.

- исследовать свойство 5 М-последовательности.

6. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет должен содержать:

1. Схему генератора исследуемой М-последовательности;
2. Построенные М-последовательности;
3. Рекуррентную формулу М-последовательности;
4. График функции взаимной корреляции М-последовательности с ее циклическим сдвигом от величины сдвига;
5. Рисунок 6 приемного устройства ШПС.
5. Выводы о подтверждении свойств М-последовательности.

7. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется базой сигнала? Как связана база сигнала с его информативностью?
2. Преимущества ШПС по отношению к узкополосным сигналам
3. Что называется периодом М-последовательности?
4. Свойства М-последовательностей.
5. Длительность М-последовательности.
6. Что такое рекуррентный неприводимый полином?
7. Принцип формирования генератора М-последовательности.
8. В чем отличие схемы РПрУ для узкополосных сигналов от схемы РПрУ для приема ШПС?
9. От чего зависит количество генерируемых М-последовательностей?
10. Для чего необходимы устройства синхронизации в РПрУ ШПС?

Характеристические многочлены, порождающие М-последовательности.

$k=3$	101001101	1111001011	11101000111
1011	101011111	1111001101	11101001101
1101	101100011	1111010101	11101010101
	101100101	1111100011	11101010110
	101101001	1111101001	11101100011
	101110001	1111110111	11101111101
$k=4$	110000111		11110001101
	110001101	$k=10$	11110010011
10011	110101001		11110110001
11001	111000011	10000001001	11110110111
	111001111	10000011011	11111100111
$k=5$	111100111	10000100111	11111110011
	111110101	10000101101	
		10001100101	$k=11$
100101		10001101111	100000000101
101001	$k=9$	10010000001	100000010111
101111	1000010001	10010001011	100000101011
110111	1000011011	10011000101	100000101101
111011	1000100001	10011010111	100001000111
111011	1000101101	10011100111	100001100011
111101	1000110011	10011111011	100001110001
	1001011001	10100001101	100001111011
$k=6$	1001011111	10100011001	100010001101
1000011	1001101001	10100100011	100010010101
1010111	1001101111	10100110001	100010011111
1011011	1001110111	10100111101	100010101001
1100001	1001111101	10101000011	100010110001
1100111	1010000111	10101010111	100011010001
1101101	1010010101	10101101011	100011100001
1110011	1010100011	10110000101	100011100111
	1010100101	10110001111	100011101011
$k=7$	1010101111	10110010111	100011110101
	1010110111	10110100001	100011110101
10000011	1010111101	10111000111	100100001101
10001001	1011001111	10111001011	100100010011
10001111	1011010001	10111101111	100100100101
10010001	1011011011	11000010011	100100111011
10011101	1100010011	11000010101	100101000101
10100111	1100010101	11000100101	100101010001
10101011	1100011111	11001000011	100101011011
10111001	1100100011	11001001111	100101110011
10111111	1100110011	11001011011	100101111111
11000001	1101001111	11001111001	100110000011
11001011	1101011011	11010001001	100110001111
11010011	1101100011	11010110101	100110101011
11010101	1101100101	11011000001	100110101101
11100101	1101110011	11011010011	100110111001
11101111	1101111111	11011111101	100111000111
11110001	1110000101	11100010111	100111101001
11110111	1110001111	11100010111	100111110111
11111101	1110001101	11100100001	101000000001
	1110001111	11100111001	101000000111
$k=8$			
100011101			
100101011			
100101101			

$k = 11$			
101000010011	101101111101	110011110111	111001110001
101000010101	101110000111	110100000011	111001111011
101000101001	101110001011	110100001111	111001111101
101001001001	101110010011	110100011101	111010000001
101001001001	101110010101	110100100111	111010010011
101001100001	101110101111	110100101101	111010011111
101001101101	101110110111	110101000001	111010100011
101001111001	101110111101	110101000111	111010111011
101001111111	101111001001	110101010101	111011001111
101010000101	101111011011	110101011001	111011011101
101010010001	101111011101	110101100011	111011110011
101010011101	101111100111	110101101111	111011111001
101010100111	101111101101	110101110001	111100001011
101010101011	110000001011	110110010011	111100011001
101010110011	110000001101	110110011111	111100110001
101010110101	110000011001	110110101001	111100110111
101010110101	110000011111	110110111101	111101011101
101011010101	110001010111	110111001001	111101101011
101011011111	110001100001	110111010111	111101101101
101011101001	110001101011	110111011011	111101110101
101011101111	110001110011	110111100001	111110000011
101011110001	110010000101	110111100111	111110010001
101011111011	110010001001	110111110101	111110010111
101100000011	110010010111	111000000101	111110011011
101100001001	110010011011	111000011101	111110100111
101100010001	110010011101	111000100001	111110101101
101100110011	110010110011	111000100111	111110110101
101100111111	110010111111	111000101011	111111001101
101101000001	110011000111	111000110011	111111010011
101101001011	110011001101	111000111001	111111100101
101101011001	110011010011	111001000111	111111101001
101101011111	110011010101	111001001011	
101101100101	110011100011	111001010101	
101101101111	110011101001	111001011111	

ЛИТЕРАТУРА

1. Варакин Л.Е. «Системы связи с шумоподобными сигналами» - М.: Радио и связь, 1985 г., 284 с.
2. Попов В.И. Основы сотовой связи стандарта GSM. – М.: Эко-трендз, 2005. – 296 с.
3. Калашников Н.И. и др. Системы радиосвязи. Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1988. – 352 с.
4. Петрович Н.Т., Размахин М.К. «Системы связи с шумоподобными сигналами» - М.: Сов. Радио, 1969 г., 232 с.
5. Писарев Ю.Г. «Радиосистемы передачи информации» - М.: Воениздат, 1993 г., Ч.1 174 с.
6. Урядников Ю.Ф. «Теория помехозащищенных радиоканалов управления и связи» - МО СССР, 1991 г., 154 с.