

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО БЮДЖЕТНОГО
УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА СВЯЗИ И ИНФОРМАТИКИ**

Ткачук Е.О.

Системы принятия решений

Методическое пособие к практическим занятиям

**Ростов-на-Дону
2019**

УДК 004.89(07)

Ткачук Е.О.

Системы принятия решений. Методическое пособие к практическим занятиям. / Моск. техн. ун-т связи и информатики, Сев.-Кавк. филиал. – Ростов н/Д, 2019, 74 с.

В пособии даются организационно-методические указания к практическим занятиям.

Предназначено для студентов обеих форм обучения, изучающих дисциплину «Системы принятия решений», а также может быть полезно всем остальным студентам, желающим самостоятельно современные методы и средства автоматизированного принятия решений.

Рецензент канд. техн. наук, доц. А.Н. Чикалов (СКФ МТУСИ)

Обсуждено и утверждено на заседании кафедры ИВТ (протокол заседания кафедры №1 от 26.08.2019).

© Московский технический университет связи и информатики, Северо-Кавказский филиал, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Оглавление

Практическое занятие № 1. Применение классических критериев принятия решений.	4
Теоретические сведения	4
Минимаксный критерий принятия решений	7
Критерий Байеса–Лапласа	9
Критерий Сэвиджа	10
ЗАДАНИЕ	11
Контрольные вопросы	12
Практическое занятие № 2 Производные критерии принятия решений	14
Теоретические сведения	14
Критерий принятия решений Гурвица	14
Критерий принятия решений Гермейера	17
Критерий произведений	19
ЗАДАНИЕ	20
Контрольные вопросы	21
Практическое занятие № 3 Решение задач с учётом связей между критериями	23
Теоретические сведения	23
Минимаксный критерий принятия решений	23
Критерий Байеса–Лапласа	24
Критерий Сэвиджа	25
Контрольные вопросы	26
Практическое занятие 4 Принятие решения при наличии риска	27
Теоретические сведения	27
Задание.	30
Варианты задания	30
Практическое занятие 5 Обработка экспертной информации	32
Теоретические сведения	32
Алгоритм метода одномерного шкалирования	32
Пример выполнения задания	33
Задание.	34
Практическое занятие № 6 Анализ ситуаций принятия решений	36
Теоретические сведения	36
Основные определения концепции полезности	37
Задание	38
Контрольные вопросы	39
Практическое занятие 7 Процесс принятия решения	40
Практическое занятие №8 Многоцелевые решения	50
Теоретические сведения	50
Задание.	52
Контрольные вопросы	54
Практическое занятие № 9 Принятие решений с применением теории нечётких множеств ...	56
Теоретические сведения	56
Контрольные вопросы	71

Практическое занятие № 1. Применение классических критериев принятия решений.

Решение задач. Построение матрицы решений. Выбор вариантов. Построение оценочной функции. Построение матрицы остатков. Поиск наилучшего распределения вероятностей на множестве вариантов

Теоретические сведения

Критерий принятия решений - это функция, выражающая предпочтения лица принимающего решения (ЛПР) и определяющая правило, по которому выбирается приемлемый или оптимальный вариант решения.

Задача принятия решений возникает тогда, когда возникает несколько конкурирующих вариантов решения. В противном случае ситуация предопределена. Варианты решений возникают в результате анализа проблемной ситуации, представленной в виде описательной модели. В классическом случае описание ситуации дается в виде матрицы, строки которой соответствуют вариантам решений, а столбцы - факторам, которые могут повлиять на результат, получаемый ЛПР. На пересечении столбцов и строк расположены либо проигрыши, соответствующие реализациям решений E_i в соответствующих условиях F_j , либо, наоборот, выигрыши.

Рассмотрим простейший случай однострочковой матрицы.

Предположим, что у нас имеются варианты решений E_1, E_2, \dots, E_n , которые характеризуются некоторым результатом e_i .

Такой результат можно интерпретировать как выигрыш, полезность, надежность. Нам

необходимо найти $\max_i (e_i)$.

Таким образом, выбор оптимального варианта производится с помощью критерия

$$E_o = \left\{ E_i \mid E_i \in E_o \ \& \ e = \max_i (e_i) \right\} \quad (1)$$

Это правило выбора читается следующим образом: множество E_o оптимальных вариантов состоит из тех вариантов E_i , которые принадлежат множеству E всех вариантов и оценка e_i которых максимальна среди всех оценок $\{e_i\}$. (Логический знак $\&$ читается как "и" и требует, чтобы оба связываемых им утверждения были истинны.)

Такая постановка задачи, как было сказано выше, соответствует простому случаю.

В более сложных структурах каждому допустимому варианту решения E_i по многим причинам могут соответствовать различные внешние условия (состояния) F_j и, как следствие, различные результаты e_{ij} реализации решений.

Под результатом решения e_{ij} здесь будем понимать численную оценку, соответствующую варианту E_i и условиям F_j и характеризующую экономический эффект (прибыль), полезность или потребительскую стоимость. Будем называть такой результат эффективностью решения.

Таким образом, ситуация ПР описывается некоторой матрицей (Таблица 1). Размерность этой матрицы зависит от множества вариантов решений и множества рассматриваемых факторов или условий, влияющих на принятие решений.

Таблица 1 - Матрица решений $|e_{ij}|$

	F_1	F_2	...	F_m
E_1	e_{11}	e_{12}	...	e_{1m}
E_2	e_{21}	e_{22}	...	e_{2m}
...
E_n	e_{n1}	e_{n2}	...	e_{nm}

В данном случае, так же как и в простейшем, описанном выше, ЛПР старается выбрать решение с наилучшим результатом. Однако, поскольку ему неизвестно, с какими условиями он столкнётся, он вынужден принимать во внимание все численные оценки e_{ij} ,

соответствующие варианту E_i . Первоначальная задача максимизации $\max_i(e_i)$ согласно критерию (1) должна быть теперь заменена другой, подходящим образом учитывающей все последствия любого из вариантов решения E_i .

Для того, чтобы получить более ясную и наглядную интерпретацию перейдём к графическому представлению оценочных функций. Случай с двумя внешними условиями ($m=2$) при n вариантах решений будет простейшим. Результат такого рассмотрения можно распространить на случай большего количества внешних факторов (условий).

Введём прямоугольную систему координат, откладывая по оси абсцисс значения результата e_{i1} решения E_i , соответствующего внешнему состоянию F_1 , а по оси ординат - значения e_{i2} , соответствующего состоянию F_2 , $i=1, \dots, n$. При таких обозначениях каждый вариант решения E_i соответствует точке на плоскости с координатами (e_{i1}, e_{i2}) , $i=1, \dots, n$ соответственно. Все точки образуют множество, которое можно вписать в прямоугольник со сторонами, параллельными осям координат, расположение которых соответствует максимальным и минимальным значениям среди всех элементов матрицы. Точку с координатами $(\max(e_{i1}, i), \max(e_{i2}, i))$, соответствующей верхнему правому углу, мы назовем утопической точкой (УТ). Смысл этого названия в том, что координаты всех точек (e_{i1}, e_{i2}) , $i=1, \dots, n$, соответствующих вариантам решений E_1, \dots, E_n , не могут быть больше, чем у точки УТ.

Аналогичное значение имеет и так называемая антиутопическая точка (АУТ), имеющая координаты $(\min(e_{i1}, i), \min(e_{i2}, i))$, соответствующая нижнему левому углу. Координаты всех точек (e_{i1}, e_{i2}) , $i=1, \dots, n$, соответствующих вариантам решений E_1, \dots, E_n , не могут быть меньше, чем у точки АУТ. Построенный прямоугольник называется полем полезности решений (рисунок 1).

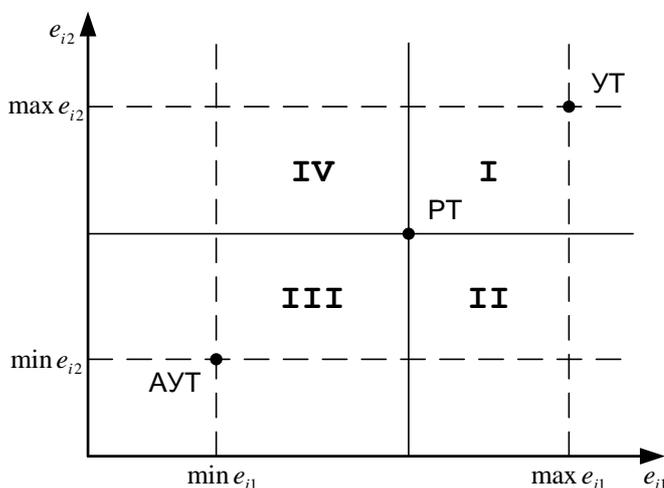


Рис. 1 - Поле полезности решений

Рассмотрим это поле подробнее. Выберем произвольную точку на плоскости и назовем ее рабочей точкой (РТ) - E_{PT} . Обозначим ее координаты (e_{PT1}, e_{PT2}) . С помощью прямых, параллельных координатным осям, разобьем плоскость на четыре части и обозначим их I, II, III и IV. В рассматриваемом нами двумерном случае каждая из этих частей имеет вид квадранта; в случае произвольной размерности они превращаются в так называемые конусы.

Все точки E_i из матрицы вариантов решений, лежащие в конусе I заведомо или гарантировано лучше, чем рассматриваемая точка РТ. Это преимущество решений из конуса I по отношению к решению, находящемуся в РТ не зависит от того, какой фактор - F_1 или F_2 реализуется, то есть не важно по какой координате это преимущество реализуется. Поэтому мы называем конус I конусом предпочтения.

Соответственно все точки конуса III хуже точки РТ ($e_{PT1} \geq e_{i1}$ и $e_{PT2} \geq e_{i2}$), и мы будем называть область III антиконусом. Таким образом, оценка качества точек из этих двух конусов в сравнении с точкой РТ проста и однозначна.

Оценка же точек в отмеченных штриховкой конусах II и IV является неопределенной, так как соотношения их координат с РТ является противоречивым. Вследствие этого их называют областями неопределенности и варианты решений в этих конусах связаны с допущением некоторого риска принятия решений.

Таким образом, критериальные функции, лежащие внутри конуса I обеспечивают гарантированный результат и могут считаться безрисковыми (пессимистическими) критериями ПР. Линии, проходящие через II и IV квадранты, соответствуют критериям с риском.

И, наконец, линии, лежащие внутри III конуса соответствуют критерию азартного игрока или оптимистичной позиции. Рассмотрим линии, соответствующие трем группам критериев (рисунок 2).

Все точки из областей неопределенности, лежащие справа и выше каждой линии функций предпочтения лучше точек, лежащих слева и ниже. Всякая функция (линия) предпочтения объединяет все точки, соответствующие одному и тому же значению критерия (точки равной эффективности); справа и выше ее располагаются все лучшие точки, то есть точки более эффективных решений, а слева и ниже - худшие, то есть точки менее эффективных решений.

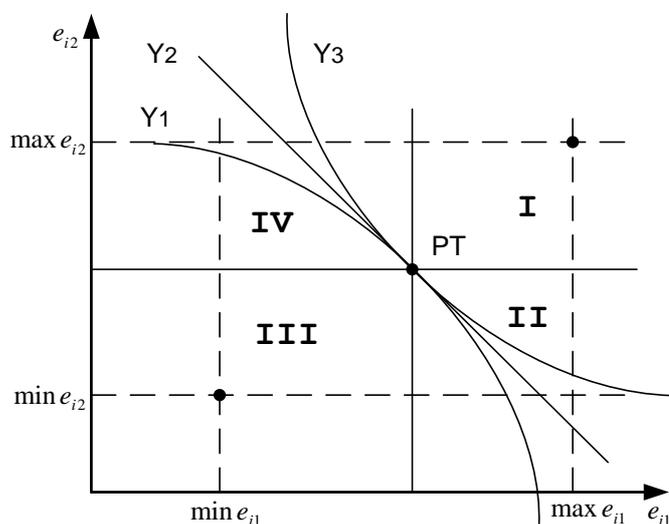


Рис. 2 - Функции предпочтения при принятии решений

Y_1 – азартного игрока (оптимистические); Y_2 – критериев с риском (нейтральные); Y_3 – безрисковые (пессимистические).

Таким образом, критериальная функция делит плоскость на две части. В соответствии с рассмотренным полем полезности, критериальные функции, проходящие ближе к границам I квадранта соответствуют безрисковой политике принятия решения или тенденции избегания риска, как например, вогнутая штриховая линия на рисунке 2. Линии, проходящие через квадрант III, соответствуют азартной стратегии с максимальным риском. Соответственно, прямая линия, проходящая через рабочую точку и квадранты II и IV, соответствует нейтральной или объективной стратегии в ПР.

Если выбор оценочной функции отдается на усмотрение ЛПР, то приходится считаться с возможностью различных результатов для одного и того же решения. Таким образом, принятие решения не есть чисто рациональный процесс. Опасность возникает в тех случаях, когда критериальные оценочные функции выбираются интуитивно, иногда даже без выяснения исходной позиции лица принимающего решения.

Всякое техническое или экономическое решение в условиях неполной информации - сознательно или неосознанно - принимается в соответствии с какой-либо оценочной функцией описанного выше типа. Как только это бывает признано явно, следствия соответствующих решений становятся лучше обозримыми, что позволяет улучшить их качество. При этом выбор оценочных функций всегда должен осуществляться с учетом количественных характеристик ситуации, в которой принимаются решения.

Следующие критерии относят к классическим:

$$Z_{MM} = \max_i \left(\min_j (e_{ij}) \right);$$

– минимаксный

$$Z_{BL} = \max_i \left(\sum_{j=1}^m e_{ij} q_j \right);$$

– Байеса-Лапласа

$$Z_S = \min_i \left(\max_j \left(\max_i (e_{ij}) - e_{ij} \right) \right);$$

– Сэвиджа

$$Z_{ME} = \max_p \left(\min_q \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m e_{ij} p_i q_j \right) \right);$$

– расширенный минимаксный

$$Z_{AG} = \max_i \left(\max_j (e_{ij}) \right).$$

– азартного игрока

Минимаксный критерий принятия решений

Аналитический метод расчета

Математическая интерпретация критерия выглядит следующим образом:

$$Z_{MM} = \max_i \left(\min_j (e_{ij}) \right)$$

Процесс нахождения оптимального решения рассмотрим на примере.

Заданная матрица решений:

	F ₁	F ₂
E ₁	1	1
E ₂	3	3
E ₃	7	1
E ₄	2	2
E ₅	3	1
E ₆	4	4
E ₇	5	1
E ₈	4	2
E ₉	5	3
E ₁₀	6	2

Шаг 1.

Выбираем минимальное значение в каждой строке.

	F ₁	F ₂	$\min_j(e_{ij})$
E ₁	1	1	1
E ₂	3	3	3
E ₃	7	1	1
E ₄	2	2	2
E ₅	3	1	1
E ₆	4	4	4
E ₇	5	1	1
E ₈	4	2	2
E ₉	5	3	3
E ₁₀	6	2	2

Шаг 2.

Выбираем максимальное значение в добавленном столбце ($\min_j(e_{ij})$)

	F ₁	F ₂	$\min_j(e_{ij})$
E ₁	1	1	1
E ₂	3	3	3
E ₃	7	1	1
E ₄	2	2	2
E ₅	3	1	1
E₆	4	4	4
E ₇	5	1	1
E ₈	4	2	2
E ₉	5	3	3
E ₁₀	6	2	2
			4

Соответственно оптимальными решениями являются все решения, значения которых равны 4. В данном случае имеем одно решение – E₆.

Критерий Байеса–Лапласа

Аналитический метод расчета

Математическая интерпретация критерия выглядит следующим образом:

$$Z_{BL} = \max_i \left(\sum_{j=1}^m e_{ij} q_j \right)$$

где q_j – вероятности условий. Если q_j не заданы, то считаем, что условия равновероятны: $q_1 = q_2 = 0,5$.

Процесс нахождения оптимального решения рассмотрим на примере.

Заданная матрица решений:

	F ₁	F ₂
E ₁	1	1
E ₂	3	3
E ₃	7	1
E ₄	2	2
E ₅	3	1
E ₆	4	4
E ₇	5	1
E ₈	4	2
E ₉	5	3
E ₁₀	6	2

Шаг 1.

Находим произведение e_{1i} и соответствующей вероятности q_j в каждой строке.

	F ₁	F ₂	$e_{1i}q_j$	$e_{2i}q_j$
E ₁	1	1	0,5	0,5
E ₂	3	3	1,5	1,5
E ₃	7	1	3,5	0,5
E ₄	2	2	1	1
E ₅	3	1	1,5	0,5
E ₆	4	4	2	2
E ₇	5	1	2,5	0,5
E ₈	4	2	2	1
E ₉	5	3	2,5	1,5
E ₁₀	6	2	3	1

Шаг 2.

Находим сумму значений $e_{1i}q_j$ и $e_{2i}q_j$ для каждой строки

	F ₁	F ₂	$e_{1i}q_j$	$e_{2i}q_j$	$\sum_{j=1}^m e_{ij}q_j$
E ₁	1	1	0,5	0,5	1

E ₂	3	3	1,5	1,5	3
E₃	7	1	3,5	0,5	4
E ₄	2	2	1	1	2
E ₅	3	1	1,5	0,5	2
E₆	4	4	2	2	4
E ₇	5	1	2,5	0,5	3
E ₈	4	2	2	1	3
E₉	5	3	2,5	1,5	4
E₁₀	6	2	3	1	4
					4

Шаг 3.

Находим максимальное значение в добавленном столбце $\sum_{j=1}^m e_{ij}q_j$.

Соответственно оптимальными решениями являются все решения, значения которых равны 4. В данном случае имеем четыре решения – E₃, E₆, E₉, E₁₀.

Критерий Сэвиджа

Аналитический метод расчета

Математическая интерпретация критерия выглядит следующим образом:

$$Z_S = \min_i \left(\max_j \left(\max_i (e_{ij}) - e_{ij} \right) \right)$$

Процесс нахождения оптимального решения рассмотрим на примере.

Заданная матрица решений:

	F ₁	F ₂
E ₁	1	1
E ₂	3	3
E ₃	7	1
E ₄	2	2
E ₅	3	1
E ₆	4	4
E ₇	5	1
E ₈	4	2
E ₉	5	3
E ₁₀	6	2

Шаг 1. Находим максимальное значение в каждом из столбцов

	F ₁	F ₂
E ₁	1	1
E ₂	3	3
E ₃	7	1

E ₄	2	2
E ₅	3	1
E ₆	4	4
E ₇	5	1
E ₈	4	2
E ₉	5	3
E ₁₀	6	2
	7	4

Шаг 2.

Каждый элемент матрицы решений вычитается из наибольшего результата соответствующего столбца. Эти разности образуют матрицу остатков.

	F ₁	F ₂
E ₁	6	3
E ₂	4	1
E ₃	0	3
E ₄	5	2
E ₅	4	3
E ₆	3	0
E ₇	2	3
E ₈	3	2
E ₉	2	1
E ₁₀	1	2
	7	4

Шаг 3.

Эта матрица пополняется столбцом наибольших разностей $e_{ir} = \max_j (\max_i (e_{ij}) - e_{ij})$

	F ₁	F ₂	e_{ir}
E ₁	6	3	6
E ₂	4	1	4
E ₃	0	3	3
E ₄	5	2	5
E ₅	4	3	4
E ₆	3	0	3
E ₇	2	3	3
E ₈	3	2	3
E₉	2	1	2
E₁₀	1	2	2
			2

Выбираются те решения E_i , в строках которых стоит наименьшее значение для этого столбца. Соответственно оптимальными решениями являются все решения, значения e_{ir} которых равны 2. В данном случае имеем два решения – E₉ и E₁₀.

ЗАДАНИЕ

Составьте и отладьте программу на одном из языков программирования (Lazarus, C, VBA for Excel, Java...), которая построение конуса предпочтения для решения по критерию,

соответствующему Вашему варианту. Номер варианта определяется как остаток от деления вашего номера по журналу на 5.

$$\text{Вариант 1 - минимаксный } Z_{MM} = \max_i \left(\min_j (e_{ij}) \right);$$

$$\text{Вариант 2 - Байеса-Лапласа } Z_{BL} = \max_i \left(\sum_{j=1}^m e_{ij} q_j \right);$$

$$\text{Вариант 3 - Сэвиджа } Z_S = \min_i \left(\max_j \left(\max_i (e_{ij}) - e_{ij} \right) \right);$$

$$\text{Вариант 4 - расширенный минимаксный } Z_{ME} = \max_p \left(\min_q \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m e_{ij} p_i q_j \right) \right);$$

$$\text{Вариант 5 - азартного игрока } Z_{AG} = \max_i \left(\max_j (e_{ij}) \right).$$

Исходные данные – матрица решений должна вводиться из текстового файла в кодировке UTF-8 следующей структуры, разделитель – табуляция, число исходов и решений не ограничено (пример):

	F1	F2
E1	1	1
E2	3	3
E3	7	1
E4	2	2
E5	3	1
E6	4	4
E7	5	1
E8	4	2
E9	5	3
E10	6	2

Программа должна включать диалог выбора файла исходных данных, запрос вероятностей и выдачу сообщения о выбранном варианте и возможных результатах.

Контрольные вопросы

1. Опишите классический процесс принятия решения.
2. Что соответствует каждому варианту решения в классической схеме?
3. Запишите критерий выбора оптимального варианта решения.
4. Для чего предназначена оценочная функция?
5. Дайте определени матрице решений.
6. Что такое поле выбора решений?
7. Что такое конус предпочтения?
8. Какую позицию характеризует вогнутая кривая предпочтения?

9. Опишите минимаксный критерий принятия решения.
10. Опишите критерий Байеса – Лапласа.
11. Опишите критерий Сэвиджа.
12. Опишите расширенный минимаксный критерий.

Практическое занятие № 2 Производные критерии принятия решений

Решение задач с использованием критериев Гурвица. Ходжа-Лемана. Гермейера. ВЛ (ММ), произведений.

Теоретические сведения

Вводная часть находится в теоретических сведениях к первому практическому занятию.

Критерий принятия решений Гурвица

Математическая интерпретация

$$Z_{HW} = \max_i (c \min_j (e_{ij}) + (1-c) \max_j (e_{ij}))$$

Аналитический метод расчета

Дана матрица решений:

	F ₁	F ₂
E ₁	1	1
E ₂	3	3
E ₃	7	1
E ₄	2	2
E ₅	3	1
E ₆	4	4
E ₇	5	1
E ₈	4	2
E ₉	5	3
E ₁₀	6	2

Шаг 1. Выбираем минимальное и максимальное значение в каждой строке.

	F ₁	F ₂	$\min_j (e_{ij})$	$\max_j (e_{ij})$
E ₁	1	1	1	1
E ₂	3	3	3	3
E ₃	7	1	1	7
E ₄	2	2	2	2
E ₅	3	1	1	3
E ₆	4	4	4	4
E ₇	5	1	1	5
E ₈	4	2	2	4
E ₉	5	3	3	5
E ₁₀	6	2	2	6

Шаг 2. Выбираем значение коэффициента c . В технических приложениях правильно выбрать множитель c бывает так же трудно, как правильно выбрать критерий. Вряд ли возможно найти количественную характеристику для тех долей оптимизма и пессимизма, которые присутствуют при принятии решения. Поэтому чаще всего весовой множитель $c=0,5$ без возражений принимается в качестве некоторой «средней» точки зрения. Для нашего примера примем $c=0,4$

Шаг 3. Домножаем $\min_j (e_{ij})$ на c , $\max_j (e_{ij})$ на $(1-c)$

	F ₁	F ₂	$\min_j (e_{ij})$	$\max_j (e_{ij})$	$c \min_j (e_{ij})$	$(1-c) \max_j (e_{ij})$
E ₁	1	1	1	1	0,4	0,6
E ₂	3	3	3	3	1,2	1,8
E ₃	7	1	1	7	0,4	4,2
E ₄	2	2	2	2	0,8	1,2
E ₅	3	1	1	3	0,4	1,8
E ₆	4	4	4	4	1,6	2,4
E ₇	5	1	1	5	0,4	3
E ₈	4	2	2	4	0,8	2,4
E ₉	5	3	3	5	1,2	3
E ₁₀	6	2	2	6	0,8	3,6

Шаг 4. Находим сумму $c \min_j (e_{ij})$ и $(1-c) \max_j (e_{ij})$

	F ₁	F ₂	$\min_j (e_{ij})$	$\max_j (e_{ij})$	$c \min_j (e_{ij})$	$(1-c) \max_j (e_{ij})$	$c \min_j (e_{ij}) + (1-c) \max_j (e_{ij})$
E ₁	1	1	1	1	0,4	0,6	1
E ₂	3	3	3	3	1,2	1,8	3
E₃	7	1	1	7	0,4	4,2	4,8
E ₄	2	2	2	2	0,8	1,2	2
E ₅	3	1	1	3	0,4	1,8	2,2
E ₆	4	4	4	4	1,6	2,4	4
E ₇	5	1	1	5	0,4	3	3,4
E ₈	4	2	2	4	0,8	2,4	3,2
E ₉	5	3	3	5	1,2	3	4,2
E ₁₀	6	2	2	6	0,8	3,6	4,4
							4,8

Шаг 5.

Находим максимум из столбца $c \min_j (e_{ij}) + (1-c) \max_j (e_{ij})$. Оптимальное решение: Все решения для которых $c \min_j (e_{ij}) + (1-c) \max_j (e_{ij})$ максимально. В нашем случае это E₃

Геометрический метод расчета

Геометрическое решение можно найти используя преобразованную плоскость решений.

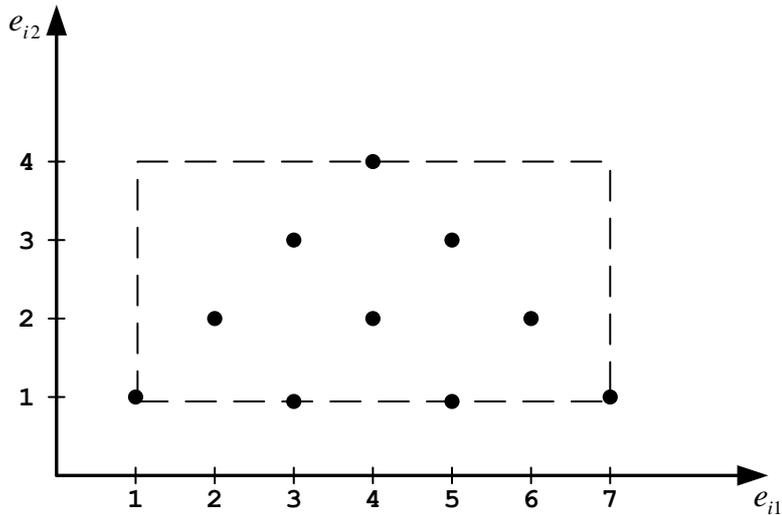


Рис.6 – Исходная плоскость множества решений

Решение на плоскости ищется следующим образом:

Шаг 1.

Строится новая плоскость решений, где осями будут не e_{i1} и e_{i2} , а $c \min_j (e_{ij})$ и $(1-c) \max_j (e_{ij})$. На этой плоскости строятся точки соответствующие решениями.

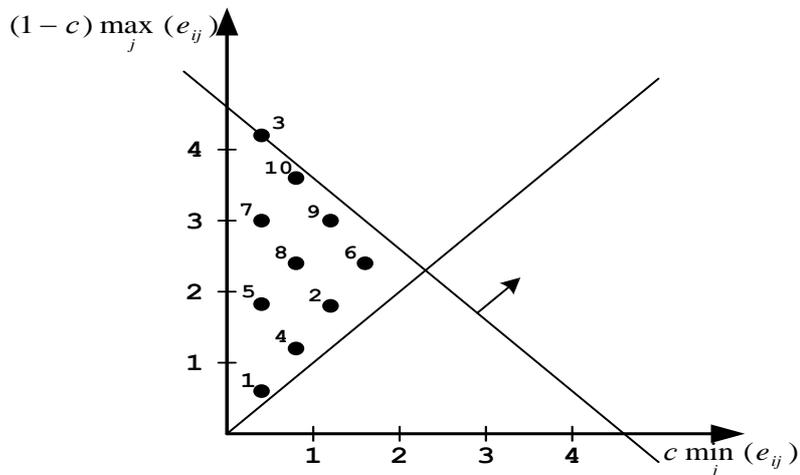


Рис.7 – Преобразованная плоскость решений

Шаг 2.

Строится направляющая – линия проведенная из начала координат под углом 45°

Шаг 3.

Линия, соответствующая критерию прямой движется вдоль направляющей от начала координат до касания последней точки, которая и будет решением. В данном случае точка с координатами $(0,4; 4,2)$, т.е. E3

Критерий принятия решений Гермейера

Математическая интерпретация

$$Z_G = \max_i (\min_j (e_{ij} q_j))$$

q_j - вероятность условия F_j . Если о задаче ничего не известно, то принимаем $q_1 = q_2 = 0,5$

Аналитический метод расчета

Дана матрица решений:

	F ₁	F ₂
E ₁	1	1
E ₂	3	3
E ₃	7	1
E ₄	2	2
E ₅	3	1
E ₆	4	4
E ₇	5	1
E ₈	4	2
E ₉	5	3
E ₁₀	6	2

$$q_1 = 0,4 \quad \text{и} \quad q_2 = 0,6$$

Шаг 1. Умножаем каждое e_{i1} на соответствующий ему q_1 , т.е.

	F ₁	F ₂	$q_1 e_{i1}$	$q_2 e_{i2}$
E ₁	1	1	0,4	0,6
E ₂	3	3	1,2	1,8
E ₃	7	1	2,8	0,6
E ₄	2	2	0,8	1,2
E ₅	3	1	1,2	0,6
E ₆	4	4	1,6	2,4
E ₇	5	1	2	0,6
E ₈	4	2	1,6	1,2
E ₉	5	3	2	1,8
E ₁₀	6	2	2,4	1,2

Шаг 2. Выбираем минимум в каждой строке.

	F ₁	F ₂	$q_1 e_{i1}$	$q_2 e_{i2}$	$\min_j (e_{ij} q_j)$
E ₁	1	1	0,4	0,6	0,4
E ₂	3	3	1,2	1,8	1,2
E ₃	7	1	2,8	0,6	0,6
E ₄	2	2	0,8	1,2	0,8
E ₅	3	1	1,2	0,6	0,6
E ₆	4	4	1,6	2,4	1,6
E ₇	5	1	2	0,6	0,6
E ₈	4	2	1,6	1,2	1,2
E₉	5	3	2	1,8	1,8
E ₁₀	6	2	2,4	1,2	1,2
					1,8

Шаг 3.

Находим максимум в последнем столбце. Оптимальное решение: Все решения для которых $\min_j (e_{ij}q_j)$ максимально. В нашем случае это E_9 .

Геометрический метод расчета

Геометрическое решение можно найти используя преобразованную плоскость решений.

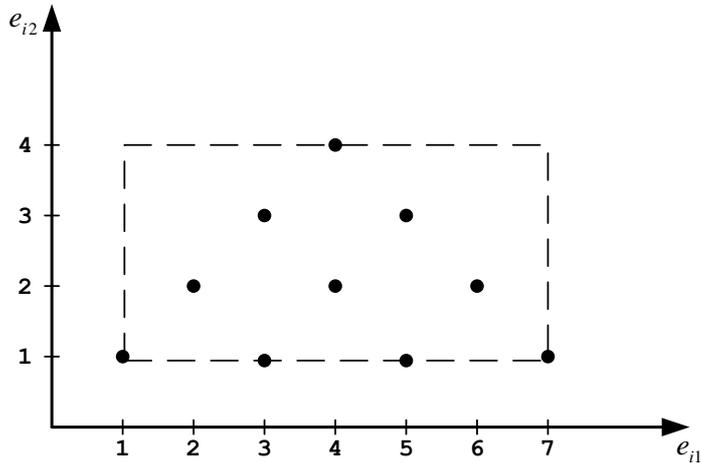


Рис.8 – Исходная плоскость множества решений

Решение на плоскости ищется следующим образом:

Шаг 1.

Строится новая плоскость решений, где осями будут не e_{i1} и e_{i2} , а q_1e_{i1} и q_2e_{i2} . На этой плоскости строятся точки соответствующие решениями.

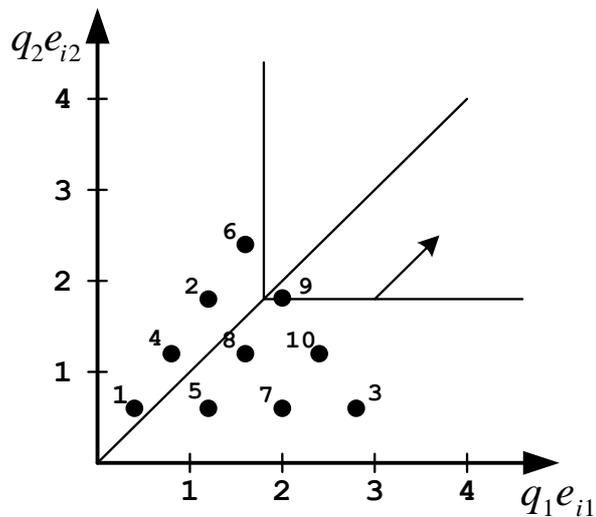


Рис.9 – Новая плоскость множества решений

Шаг 2.

Строится направляющая – линия проведенная из начала координат под углом 45°

Шаг 3.

Линия, соответствующая критерию (прямой угол) движется вдоль направляющей от начала координат до касания последней точки, которая и будет решением. В данном случае точка с координатами (2; 1,2), т.е. E9

Критерий произведений

Математическая интерпретация

$$Z_p = \max_i \left(\prod_{j=1}^m e_{ij} \right)$$

Аналитический метод расчета

Дана матрица решений:

	F ₁	F ₂
E ₁	1	1
E ₂	3	3
E ₃	7	1
E ₄	2	2
E ₅	3	1
E ₆	4	4
E ₇	5	1
E ₈	4	2
E ₉	5	3
E ₁₀	6	2

Шаг 1. Находим произведение e_{i1} и e_{i2}

	F ₁	F ₂	$e_{i1} \cdot e_{i2}$
E ₁	1	1	1
E ₂	3	3	9
E ₃	7	1	7
E ₄	2	2	4
E ₅	3	1	3
E₆	4	4	16
E ₇	5	1	5
E ₈	4	2	8
E ₉	5	3	15
E ₁₀	6	2	12

Шаг 2. Находим максимум в последнем столбце.

	F ₁	F ₂	$e_{i1} \cdot e_{i2}$
E ₁	1	1	1
E ₂	3	3	9

E ₃	7	1	7
E ₄	2	2	4
E ₅	3	1	3
E₆	4	4	16
E ₇	5	1	5
E ₈	4	2	8
E ₉	5	3	15
E ₁₀	6	2	12
			16

Оптимальное решение: Все решения для которых $e_{i1} \cdot e_{i2}$ максимально. В нашем случае это E₆

Геометрический метод расчета

Геометрическое решение можно найти используя преобразованную плоскость решений.

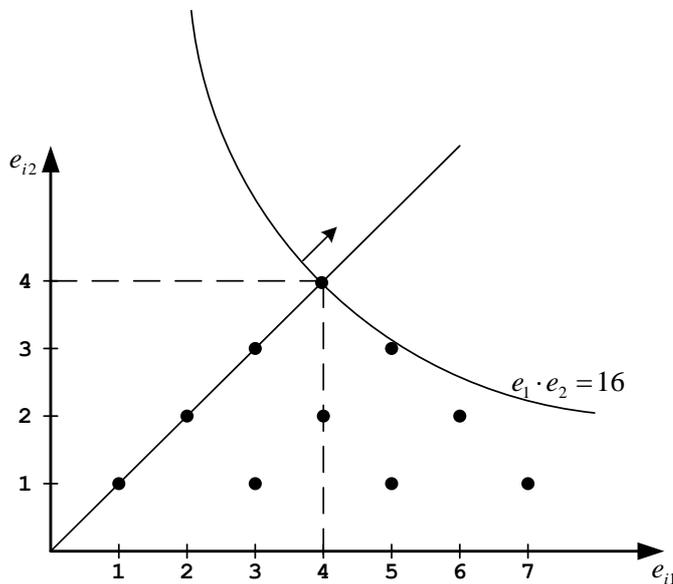


Рис.10. – Метод произведений

Решение на плоскости ищется следующим образом:

Шаг 1.

Строится новая плоскость решений, где осями будут не e_{i1} и e_{i2} , а $q_1 e_{i1}$ и $q_2 e_{i2}$. На этой плоскости строятся точки соответствующие решениями.

Шаг 2.

Строится направляющая – линия проведенная из начала координат под углом 45°

Шаг 3.

Линия, соответствующая критерию (парабола) движется вдоль направляющей от начала координат до касания последней точки, которая и будет решением. В данном случае точка с координатами (4; 4), т.е. E₆

ЗАДАНИЕ

Составьте и отладьте программу на одном из языков программирования (Lazarus, C, VBA for Excel, Java...), которая выполняет принятие решения по критерию,

соответствующему Вашему варианту. Номер варианта определяется как остаток от деления вашего номера по журналу на 5 плюс 1.

$$\text{Вариант 1 - критерий Гурвица } Z_{HW} = \max_i \left(c \cdot \min_j (e_{ij}) + (1 - c) \cdot \max_j (e_{ij}) \right);$$

$$\text{Вариант 2 - Ходжа-Лемана } Z_{HL} = \max_i \left(v \cdot \sum_{j=1}^n e_{ij} q_j + (1 - v) \cdot \min_j (e_{ij}) \right);$$

$$\text{Вариант 3 - критерий Гермейера } Z_G = \max_i \left(\min_j (e_{ij} q_j) \right);;$$

Вариант 4 - BL(MM)-критерий

$$I_1 := \left\{ i \mid i \in \{1, \dots, m\} \ \& \ e_{i0j0} - \min_j (e_{ij0}) \leq \varepsilon_{don} \right\},$$

$$I_2 := \left\{ i \mid i \in \{1, \dots, m\} \ \& \ \max_j (e_{ij}) - \max_j (e_{i0j}) \geq e_{i0j0} - \min_j (e_{ij0}) \right\},$$

$$Z_{BL(MM)} = \max_{I_1 \cap I_2} \left(\sum_{j=1}^m e_{ij} q_j \right);$$

$$\text{Вариант 5 - критерий произведений } Z_p = \max_i \left(\prod_{j=1}^m e_{ij} q_j \right).$$

Исходные данные – матрица решений должна вводиться из текстового файла в кодировке UTF-8 следующей структуры, разделитель – табуляция, число исходов и решений не ограничено (пример):

	F1	F2
E1	1	1
E2	3	3
E3	7	1
E4	2	2
E5	3	1
E6	4	4
E7	5	1
E8	4	2
E9	5	3
E10	6	2

Программа должна включать диалог выбора файла исходных данных, запрос вероятностей и выдачу сообщения о выбранном варианте и возможных результатах.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях применяются производные критерии?

2. Опишите критерий Гурвица (HW).
3. В каких случаях критерий HW превращается в критерий MM?
4. В каких случаях целесообразно применять критерий HW?
5. Опишите критерий Ходжа – Лемана.
6. На какие критерии опирается критерий Ходжа – Лемана (HL)?
7. В каких ситуациях целесообразно применять критерий Ходжа – Лемана (HL)
8. Когда HL критерий переходит в VL критерий?
9. Когда HL критерий переходит в MM критерий?
10. Опишите критерий Гермейера.
11. В каких ситуациях целесообразно применять критерий Гермейера?
12. В каких ситуациях целесообразно применять VL(MM) критерий?

Практическое занятие № 3 Решение задач с учётом связей между критериями

Критерии с прямоугольными конусами предпочтения. ММ-критерий. G-критерий. S-критерий. Функции предпочтения азартного игрока. Критерии с прямыми предпочтениями.

Теоретические сведения

При введении и обсуждении критериев выбора решений стали заметны определенные сходства и различия между ними, которые теперь следует обсудить более подробно.

При этом мы хотим прояснить способ действия различных критериев как путем их взаимного сравнения, так и, насколько это возможно, с помощью соответствующих графических представлений.

При этом (в особенности с точки зрения последующих более общих построений) целесообразно сначала ввести в рассмотрение функцию $e(y, x)$ вместо конечного числа значений e_{ij} . Здесь x представляет собой переменную для возможных состояний, а y — переменную для решений (мы используем при этом то 'положение, что в зависимости от заданного состояния x требуется выбрать подходящее значение переменной решения y), которые принадлежат бесконечным, вообще говоря, областям F (для возможных состояний) и E (для переменных решения): $e(y, x)$,

Случай конечных множеств вариантов решений и состояний, только и рассматривавшийся ранее, получается в этой постановке для конечных множеств E и F . Имея в виду наглядность графической интерпретации, ограничимся в дальнейшем двумя состояниями F_1 и F_2 , тогда как переменной решения y мы позволим принадлежать бесконечной, вообще говоря, области E .

Минимаксный критерий принятия решений

Геометрический метод расчета

Геометрический образ этого критерия представлен на рисунке 3.

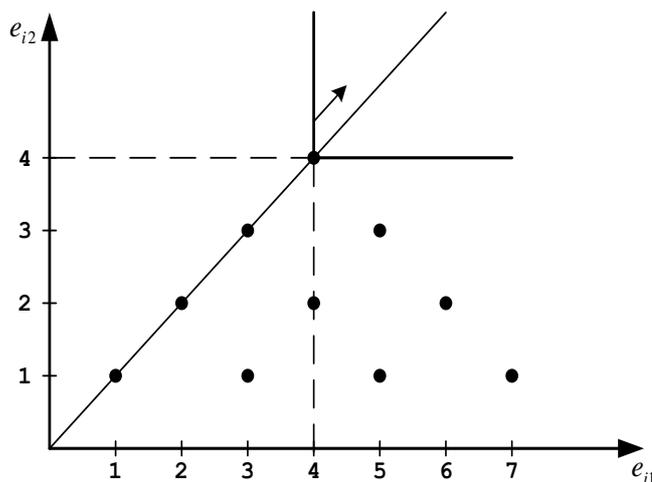


Рис.3. –Геометрическое представление минимаксного критерия

Решение на плоскости ищется следующим образом:

Шаг 1.

Строится направляющая –линия проведенная из начала координат под углом 45°

Шаг 2. Линия, соответствующая критерию (прямой угол) движется вдоль направляющей от начала координат до касания последней точки, которая и

будет решением. В данном случае точка с координатами (4;4).

Критерий Байеса–Лапласа

Геометрический метод расчета

Геометрический образ этого критерия представлен на рисунке 4.

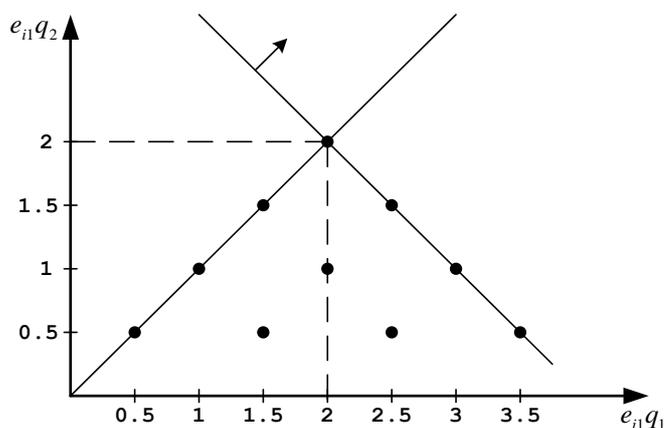


Рис.4. –Геометрическое представление критерия Байеса-Лапласа

Решение на плоскости ищется следующим образом:

Шаг 1.

Строим точки с координатами $e_{1i}q_j$ и $e_{2i}q_j$

	F ₁	F ₂	$e_{1i}q_j$	$e_{2i}q_j$	$\sum_{j=1}^m e_{ij}q_j$
E ₁	1	1	0,5	0,5	1
E ₂	3	3	1,5	1,5	3
E₃	7	1	3,5	0,5	4
E ₄	2	2	1	1	2
E ₅	3	1	1,5	0,5	2
E₆	4	4	2	2	4
E ₇	5	1	2,5	0,5	3
E ₈	4	2	2	1	3
E₉	5	3	2,5	1,5	4
E₁₀	6	2	3	1	4

Шаг 2.

Строится направляющая,–линия проведенная из начала координат под углом 45°

Шаг 3.

Линия, соответствующая критерию – прямая перпендикулярная направляющей, движется вдоль направляющей от начала координат до касания последней точки, которая и будет решением. В данном случае это точки с координатами (2;2), (2,5;1,5), (3,5;0,5), (3,1).

Критерий Сэвиджа

Геометрический метод расчета

Геометрический образ этого критерия представлен на рисунке 5.

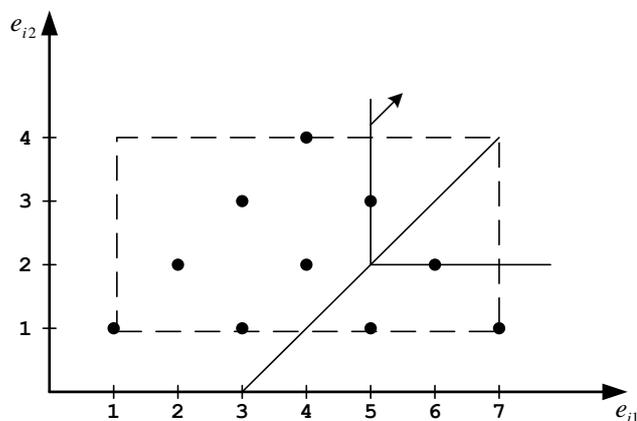


Рис.5 –Геометрическое представление критерия Сэвиджа

Решение на плоскости ищется следующим образом:

Шаг 1.

Строим направляющую – прямую проходящую через утопическую точку под 45°

Шаг 2.

Линия, соответствующая критерию – прямая прямой угол, движется вдоль направляющей от начала координат до касания последней точки, которая и будет решением. В данном случае это точки с координатами (5;3), (6;2), т.е. E_9 и E_{10}

Составьте и отладьте программу на одном из языков программирования (Lazarus, C, VBA for Excel, Java...), которая выполняет принятие решения по критерию, соответствующему Вашему варианту. Номер варианта определяется как остаток от деления вашего номера по журналу на 5 плюс 1.

$$\text{Вариант 1 - минимаксный } Z_{MM} = \max_i \left(\min_j (e_{ij}) \right);$$

$$\text{Вариант 2 - Байеса-Лапласа } Z_{BL} = \max_i \left(\sum_{j=1}^m e_{ij} q_j \right);$$

$$\text{Вариант 3 - Сэвиджа } Z_S = \min_i \left(\max_j \left(\max_i (e_{ij}) - e_{ij} \right) \right);$$

$$\text{Вариант 4 - расширенный минимаксный } Z_{ME} = \max_p \left(\min_q \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m e_{ij} p_i q_j \right) \right);$$

$$\text{Вариант 5 - азартного игрока } Z_{AG} = \max_i \left(\max_j (e_{ij}) \right).$$

Исходные данные – матрица решений должна вводиться из текстового файла в кодировке UTF-8 следующей структуры, разделитель – табуляция, число исходов и решений не ограничено (пример):

	F1	F2
E1	1	1
E2	3	3
E3	7	1
E4	2	2
E5	3	1
E6	4	4
E7	5	1
E8	4	2
E9	5	3
E10	6	2

Программа должна включать диалог выбора файла исходных данных, запрос вероятностей и выдачу сообщения о выбранном варианте и возможных результатах.

Контрольные вопросы

1. Начертите конус принятия решения для ММ критерия.
2. Начертите конус принятия решения для G критерия
3. Начертите конус принятия решения для S критерия
4. Начертите конус принятия решения для H критерия
5. Начертите конус принятия решения для VL критерия
6. Начертите конус принятия решения для HL критерия
7. Начертите конус принятия решения для P критерия
8. Начертите конус принятия решения для HW критерия
9. Начертите конус принятия решения для VL(ММ) критерия
10. В чем заключается принцип Бернулли?

Практическое занятие 4 Принятие решения при наличии риска

Решение задач. Оценка риска. Границы применимости критериев. Опорные величины для оценки риска. Опорные величины, зависящие от внешних факторов. Оценка значимости параметра.

Теоретические сведения

Полное устранение риска при принятии решений зачастую не требуется. Определенная степень риска даже вводится сознательно, так как принятие решения без риска может оказаться невыгодным. Но любой риск при этом должен учитываться по возможности полно (описываться количественно и ограничиваться) и не превышать уровня, при котором результат достигается с достаточной надежностью.

Принятие решения при наличии риска

При оценке риска выбирают опорное для оценки значение Z (например, оптимум по минимаксному критерию Z_{MM}). Это опорное значение используется для определения степени неоптимальности варианта решения E_i в виде так называемого дефекта варианта решения E_i относительно опорного значения оценочной функции:

$$\varepsilon_{i \text{ возм}} = Z_{MM} - \min_{ij} e_{ij} .$$

Максимальную разность дефектов при рассмотрении всех возможных вариантов решения E_i , $i=1, \dots, m$, характеризуют как возможный риск:

$$\varepsilon_{\text{возм}} = \max_i (Z - \min_{jj} e_{ij}) - \min (Z - \min e_{ij}) .$$

Возможный риск независимо от информации о параметрах, имеющейся по результатам выборки, а также от числа реализаций процесса принятия решения представляет собой максимально возможную величину нереализуемой полезности решения.

С некоторых случаях имеет смысл выйти за рамки строгого следования минимаксному критерию, если принимающий решение готов пойти на некоторый риск, определяемый величиной $\varepsilon_{\text{дон}}$.

Для некоторых внешних условий, имеющих большую вероятность реализации, могут получиться варианты решения, которые дают заметный выигрыш по сравнению с оптимальным опорным значением варианта решения (например, оптимальным решением по ММ-критерию). С целью оценки конкурентоспособности таких решений для каждого варианта E_i вводят специальную величину, равную сумме минимального результата $\min_j e_{ij}$, $j = 1, \dots, n$, и эффекта риска:

$$\min_j e_{ij} + \varepsilon_i, \quad \text{где } \varepsilon_i = \min(\varepsilon_i^{\text{возм}}, \varepsilon_i^{\text{дон}}).$$

Максимальный риск при рассмотрении всех вариантов решения E_i , $i = 1, \dots, m$, равен $\varepsilon = \max_i \varepsilon_i = \max_i \min_j (e_{ij}^{\text{возм}}, \varepsilon_i^{\text{дон}})$.

Оценочная функция при этом принимает вид:

$$\mu_i = V(\alpha) \sum_{j=1}^n e_{ij} h_j + (1 - V(\alpha)) \min_j (e_{ij} + \varepsilon_i),$$

где $V(\alpha)_i$ - один из доверительных факторов, h_j - частота (или, если известна, вероятность) возникновения внешнего условия F_j .

Множество всех вариантов решения $E^*(\varepsilon)$, обеспечивающих максимум величины μ_i :

$$E^*(\varepsilon) = \{E_i \mid \mu_i = \max_i \mu_i\}.$$

Опорные величины для оценки риска

Риском считают реализацию случая, когда вариант решения E_i при внешнем условии F_j дает результат меньше ожидаемого. Такую ожидаемую величину и принимают в качестве опорной для оценки риска. Опорные величины разделяют на *зависящие* и *не зависящие* от внешних факторов.

Не зависящей от внешних факторов опорной величиной e_z может быть любая вещественная величина из диапазона $\min_i \min_j e_{ij} \leq e_z \leq \max_i \max_j e_{ij}$.

Величина $\varepsilon_i = e_z - \min_j e_{ij} = \max_j (e_z - e_{ij})$ называется *возможным дефектом выбора*

варианта решения E_i . Так как отрицательные значения ε_i не могут считаться дефектом, то будем рассматривать величину $\varepsilon_i^+ = \max(\varepsilon_i, 0)$ в качестве характеристики варианта решения E_i . Вариант решения E_i будет иметь дефект, когда $\varepsilon_i^+ > 0$, и будет свободен от дефекта, когда $\varepsilon_i^+ = 0$.

В качестве значений для независящих от внешних факторов опорных величин оценки риска используют значения известных критериев принятия решения (например, минимаксного критерия).

Опорную величину e_z , зависящую от внешних факторов, представляют в виде функции от всех $m \cdot n$ значений результатов решения e_{ij} : $e_z = \varphi(e_{ij})$, где $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$. Тогда дефект, возможный при выборе варианта решения E_i , определяется как $\varepsilon_i = \varphi(e_{ij}) - \min_j e_{ij} = \max_j (\varphi(e_{ij}) - e_{ij})$.

Выбор оптимального варианта E_i^* дает минимальный дефект $\varepsilon^* = \varepsilon_i^* = \min_i \varepsilon_i$.

Относительный риск при выборе соответствующего варианта решения E_i определяется как разность между дефектом ε_i варианта решения E_i и минимальным дефектом ε^* :
$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_i - \min_i \varepsilon_i = (\varphi(e_{ij}) - \min_j e_{ij}) - \min_i [(\varphi(e_{ij}) - \min_j e_{ij})].$$

Опорные величины могут быть определены для каждого из n внешних состояний F_1, \dots, F_n отдельно с помощью функции m переменных: $e_{zj} = \Psi(e_{1j}, \dots, e_{mj}, \dots, e_{mj})$, имеющей смысл в диапазоне $\min_i e_{ij} \leq e_{zj} \leq \max_i e_{ij}$.

Возможным дефектом выбранного варианта решения E_i или оценкой риска, сопутствующего такому решению, называется величина $\varepsilon = \max_j (e_{zj} - e_{ij})$, у

которой учитываются только положительные значения ε_i^+ .

В качестве зависимых от внешних факторов опорных величин выбираются, например, граничные значения диапазона определения опорной величины:

$$e_{zj} := \max_{ij} e_{ij} \quad \text{и} \quad e_{zj} := \min_i e_{ij}, \quad \text{а также среднее значение} \quad e_{zj} := \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e_{ij}.$$

Оптимальный выбор варианта решения E_i^* дает минимальный дефект $\varepsilon^* = \varepsilon_i^* = \min_i \varepsilon_i$.

Относительный риск выбора варианта решения E_i :

$$\Delta\varepsilon_i = \varepsilon_i - \min_i \varepsilon_i = \max_j (e_{zj} - e_{ij}) - \min_i [\max_j (e_{zj} - e_{ij})].$$

Задание.

Для определенной Вами в лабораторной работе №1 матрицы решений выбрать определенные вариантом задания опорные величины для оценки риска и для каждого варианта решения рассчитать возможный и относительный дефект выбора этого варианта решения, определить оптимальный выбор с точки зрения минимального дефекта и с точки зрения, допускающей определенный риск $\epsilon_{\text{доп}}$ (эпсилон ДОПУСТИМОЕ – допустимый риск).

Варианты задания

В столбце e_z^{const} задан критерий выбора, определяющий опорную величину Z , не зависящую от внешних факторов;

В столбце e_{zj} - определяется способ вычисления опорной величины, зависящей от внешних факторов, следующим образом:

max - означает вычисление по формуле $e_{zj} := \max_i e_{ij}$,

min - по формуле $e_{zj} := \min_i e_{ij}$,

среднее - $e_{zj} := \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m e_{ij}$;

В столбце $\epsilon_{\text{доп}}$ задан уровень допустимого риска в процентах от максимально возможного.

Номер варианта	Вид доверительного фактора	α	e_z^{const}	e_{zj}	$\epsilon_{\text{доп}}$ %
1	эмпирический	0,05	MM	min	25
2	прогностический	0,05	S	max	10
3	эмпирический	0,1	BL	среднее	30
4	прогностический	0,1	G	min	40
5	эмпирический	0,2	HL	max	35
6	прогностический	0,2	HW	среднее	45
7	эмпирический	0,3	BL(MM)	min	50
8	прогностический	0,3	P	max	55
9	эмпирический	0,001	MM	среднее	5
10	прогностический	0,001	S	min	2
11	эмпирический	0,005	BL	max	10
12	прогностический	0,005	G	среднее	25
13	эмпирический	0,01	HL	min	40
14	прогностический	0,01	HW	max	30
15	эмпирический	0,02	BL(MM)	среднее	45
16	прогностический	0,02	P	min	35
17	эмпирический	0,025	MM	max	15
18	прогностический	0,025	S	среднее	50
19	эмпирический	0,03	BL	min	70
20	прогностический	0,03	G	max	20
21	эмпирический	0,04	HL	min	60
22	прогностический	0,04	HW	max	65
23	эмпирический	0,15	BL(MM)	среднее	25
24	прогностический	0,15	P	min	40

25	эмпирический	0,25	MM	max	10
26	прогностический	0,25	S	среднее	15
27	эмпирический	0,035	BL	min	45
28	прогностический	0,035	G	max	10
29	эмпирический	0,045	HL	среднее	20
30	прогностический	0,045	HW	min	10

Контрольные вопросы

1. В чем разница между разумным риском и риском азартного игрока?
2. Какими характеристиками может быть количественно описан риск?
3. Как можно вычислить степень неоптимальности решения?
4. Как определяется возможный риск?
5. Какой критерий целесообразно применять в случае малых выборок?
6. Какой критерий целесообразно применять в случае достаточно больших выборок?
7. Дайте определение опорной величине оценки риска.
8. В каких границах находится опорная величина оценки риска?
9. Как определяется возможный дефект выбранного варианта решения?
10. Как определить риск, сопутствующий принятому решению?

Практическое занятие 5 Обработка экспертной информации

Решение задач. Подготовка и проведение оценок. Обработка результатов экспертных оценок. Интерквартиль оцениваемой величины. Взвешивание результатов. Гибкий выбор при субъективной полезной информации

Теоретические сведения

Экспертное ранжирование *Ранг* – степень отличия по какому-либо признаку, а *ранжирование* – процесс определения рангов, относительных количественных оценок степеней отличий по качественным признакам. Например, студенты отличаются друг от друга и от «эталона-отличника» по признаку знаний материала дисциплин и опыта применения этих знаний в решении задач, а сам процесс ранжирования называется экзаменом. Качественными признаками в данном случае выступают наличие ответов по вопросам билета, глубина и полнота ответов, приведение примеров из практики.

Ранжирование применяется в случаях, когда невозможна или нецелесообразна непосредственная оценка. При этом «ранжирование объектов содержит лишь информацию о том, какой из них более предпочтителен, и не содержит информации о том, насколько или во сколько раз один объект предпочтительнее другого. Объект, расположенный в ранжировании эксперта, скажем, на третьем месте, может превосходить объект, расположенный на четвертом месте, в 1,01 раза, а может превосходить и в 101 раз».

Алгоритм метода одномерного шкалирования

1 Вычисляют матрицу
$$P = \sum_{j=1}^N A^j / N$$
, где A^j – ранжировка, данная j -м экспертом. Элемент P_{ij} матрицы P интерпретируют как вероятность предпочтения i -го объекта j -му.

2 Находят Z_{ij} по формуле

$$G(Z_{ij}) = p_{ij} = \int_{-\infty}^{Z_{ij}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt \quad (1)$$

с использованием таблиц нормального распределения, исходя из известных p_{ij} . Величина Z_{ij} измеряется в единицах стандартного отклонения.

3 Образуют матрицу $Z = (Z_{ij})$. Подсчитывают сумму оценок $Z_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij}$ и среднее значение $\bar{Z}_i = Z_i / n$. Величину \bar{Z}_i принимают за искомую оценку объекта A_i ($i = \bar{1}, n$).

4 Определяют величины $\bar{P}_i = G(\bar{Z}_i)$ по формуле (1), которые нормируют по формуле:

$$P_i^* = \bar{P}_i / \sum_{j=1}^n \bar{P}_j ;$$

P_i^* называют показателями относительной важности объекта.

5 Осуществляют проверку на непротиворечивость. Для этого по формуле (1) находят $\bar{P}_{ij} = G(\bar{Z}_i - \bar{Z}_j)$ и вычисляют разности Δ_{ij} (k – количество) между полученными значениями \bar{P}_{ij} и исходными P_{ij} . Определяют среднее отклонение:

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^n |\Delta_{ij}| / k$$

если оно мало, то это свидетельствует о непротиворечивости полученных экспертных ранжировок.

Пример выполнения задания

Дана матрица результатов оценивания m параметров информационной системы d экспертами – $A_{d \times m}$. Оценить относительную важность параметров информационной системы, используя одномерное шкалирование как метод обработки экспертной информации.

Матрица результатов опроса имеет вид:

$$A_{d \times m} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Решение. Вычисляется матрица A , где A^j – ранжировка, данная j -м экспертом. Матрица квадратная, ее размерность соответствует количеству параметров.

Таблица – Матрица A

	1	2	3	4
1	0	3	2	3
2	1	0	1	3
3	2	3	0	4
4	1	1	0	0

Строится матрица вероятностей предпочтения каждого параметра информационной системы экспертами: P_{ij} – вероятность предпочтения i -го параметра j -му.

Таблица – Матрица P

	1	2	3	4
1	0	0,75	0,5	0,75
2	0,25	0	0,25	0,75
3	0,5	0,75	0	1
4	0,25	0,25	0	0

Далее по формуле 1 строится матрица Z , используя таблицы функции обратной

функции нормального распределения. Подсчитывается сумма оценок $Z_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij}$ и среднее значение $\bar{Z}_i = Z_i / n$.

Таблица – Матрица Z

	1	2	3	4	Z_i	\bar{Z}_i
1	0	0,67449	0	0,67449	1,34898	0,337245
2	-0,67449	0	-0,67449	0,67449	-0,67449	-0,16862
3	0	0,67449	0	3,174	3,84849	0,962123
4	-0,67449	-0,67449	-3,174	0	-4,52298	-1,13075

Определяются величины $\bar{P}_i = G(\bar{Z}_i)$ по формуле (1), которые нормируют по формуле

$$P_i^* = \bar{P}_i / \sum_{j=1}^n \bar{P}_j$$

Таблица – Относительная важность параметров

Parametr	\bar{P}_i	P_i^*
1	0,632	0,311945
2	0,433	0,213722
3	0,832	0,410661
4	0,129	0,063672
Summa	2,026	1

Далее осуществляется проверка на непротиворечивость оценок экспертов. Для этого по формуле 1 находятся значения $\bar{P}_{ij} = G(\bar{Z}_i - \bar{Z}_j)$ и вычисляются разности Δ_{ij} (k – количество разностей) между полученными значениями \bar{P}_{ij} и исходными P_{ij} :

Таблица – Разности и отклонения

$\bar{Z}_i - \bar{Z}_j$	\bar{P}_{ij}	P_{ij}	Δ_{ij}	$ \Delta_{ij} $
Z1-Z2	0,505868	0,694	-0,056	0,056
Z1-Z3	-0,62488	0,266	-0,234	0,234
Z1-Z4	1,46799	0,929	0,179	0,179
Z2-Z3	-1,13075	0,129	-0,121	0,121
Z2-Z4	0,962123	0,832	0,082	0,082
Z3-Z4	2,092868	0,982	-0,018	0,018

$$\sum_{\substack{i,j=1 \\ i>j}}^n |\Delta_{ij}| / k = 0.115$$

Определяют среднее отклонение по формуле . Так как $11,5\% < 20\%$, оценки, данные экспертами могут быть использованы для принятия решения о важности параметров информационной системы: наиболее важным является третий параметр, наименее – четвертый.

Задание.

Имеется матрица результатов оценивания m параметров информационной системы d экспертами. Оценить относительную важность параметров информационной системы, используя одномерное шкалирование как метод обработки экспертной информации.

Студент самостоятельно ранжирует объекты, выступая в роли экспертов (набор параметров выбирается студентом). Объекты ранжируются по степени важности.

Таблица 1 – Данные результатов оценки

№ варианта	m	d
1	6	5
2	7	4
3	8	5
4	5	6
5	6	5
6	6	4
7	5	6
8	5	5

9	5	5
10	5	5
11	7	6
12	7	6
13	8	4
14	8	4
15	9	4
16	9	4
17	5	6
18	7	6
19	6	5
20	7	4
21	8	5
22	9	4
23	5	4
24	5	7
25	6	6

Контрольные вопросы

1. В чем заключаются недостатки субъективных оценок при принятии технических решений?
2. Когда допустимо применение субъективных оценок?
3. Что следует предпринять в случае необходимости применения субъективных оценок?
4. Перечислите этапы подготовки к субъективной оценке?
5. Как определить необходимое количество опрашиваемых специалистов – экспертов?
6. Какими качествами должен обладать специалист – эксперт?
7. Каким методом целесообразно обрабатывать результаты опроса экспертов?
8. Как ввести в результаты оценивания данные малой выборки?
9. В чем заключается опасность неконтролируемых умозаключений экспертов?
10. Какой критерий целесообразно применять в случае обработки субъективной экспертной информации?

Практическое занятие № 6 Анализ ситуаций принятия решений

Решение задач. Построение дерева решений и платёжной матрицы.

Теоретические сведения

Процесс принятия решений с помощью дерева решений в общем случае предполагает выполнение следующих пяти этапов.

Этап 1. Формулирование задачи. Прежде всего, необходимо отбросить не относящиеся к проблеме факторы, а среди множества оставшихся выделить существенные и несущественные. Это позволит привести описание задачи принятия решения к анализируемой форме. Должны быть выполнены следующие основные процедуры:

- определение возможностей сбора информации для экспериментирования и реальных действий;

- составление перечня событий, которые с определенной вероятностью могут произойти;

- установление временного порядка расположения событий, в исходах которых содержится полезная и доступная информация, и тех последовательных действий, которые можно предпринять.

Этап 2. Построение дерева решений.

Этап 3. Оценка вероятностей состояний среды, т.е. сопоставление шансов возникновения каждого конкретного события. Следует отметить, что указанные вероятности определяются либо на основании имеющейся статистики, либо экспертным путем.

Этап 4. Установление выигрышей (или проигрышей, как выигрышей со знаком минус) для каждой возможной комбинации альтернатив (действий) и состояний среды.

Этап 5. Решение задачи.

Прежде чем продемонстрировать процедуру применения дерева решений, введем ряд определений. В зависимости от отношения к риску решение задачи может выполняться с позиций так называемых «объективистов» и «субъективистов». Поясим эти понятия на следующем примере. Пусть предлагается лотерея: за 10 долл. (стоимость лотерейного билета) игрок с равной вероятностью $p=0,5$ может ничего не выиграть или выиграть 100 долл. Один индивид пожалеет и 10 долл. за право участия в такой лотерее, т.е. просто не купит лотерейный билет, другой готов заплатить за лотерейный билет 50 долл., а третий заплатит даже 60 долл. за возможность получить 100 долл. (например, когда ситуация складывается так, что только имея 100 долл., игрок может достичь своей цели, поэтому возможная потеря последних денежных средств, а у него их ровно 60 долл., не меняет для него ситуации).

Безусловным денежным эквивалентом (БДЭ) игры называется максимальная сумма денег, которую ЛПР готов заплатить за участие в игре (лотерее), или, что то же, та минимальная сумма денег, за которую он готов отказаться от игры. Каждый индивид имеет свой БДЭ.

Индивида, для которого БДЭ совпадает с ожидаемой денежной оценкой (ОДО) игры, т.е. со средним выигрышем в игре (лотерее), условно называют объективистом, индивида, для которого $БДЭ \neq ОДО$, – субъективистом. Ожидаемая денежная оценка рассчитывается как сумма произведений размеров выигрышей.

Основными обозначениями при построении дерева решений являются:

решение принимает игрок;

* - решение «принимает» случай;

// - отвергнутое решение.

Основные определения концепции полезности

Полезность W – определенное число, приписываемое ЛПР каждому возможному результату (исходу). Полезность выражает степень удовлетворения, которое получает субъект в результате потребления товара или услуги.

Функция полезности (функция Неймана-Моргенштерна) U/W – показывает полезность, которую приписывает ЛПР каждому возможному результату в зависимости от его отношения к риску.

Ожидаемая полезность события – сумма произведений вероятностей возникновения

$$\bar{W} = \sum_{i=1}^n p_i W_i$$

данного события на значение полезности последствий этих событий

Выбор ЛПР в условиях риска формализуется при помощи понятия потери, при этом ЛПР проявляет свои индивидуальные вкусы и склонность к риску. Решение ЛПР может быть найдено на основе следующего алгоритма:

1 Присваиваются произвольные значения полезности выигрышу для лучшего и худшего последствия, причем худшему из последствий ставится в соответствие меньшее значение полезности.

2 Игроку предоставляется выбор:

- получить определенную гарантированную сумму W , которая находится в промежутке между худшим (s) и лучшим (S) значениями выигрышей $s < W < S$;

- принять участие в игре, т.е. получить с вероятностью p наибольшую денежную сумму S и с вероятностью $(1-p)$ получить наименьшую денежную сумму s , при этом вероятность следует изменять (уменьшать или повышать) до тех пор пока ЛПР не станет безразличным к отношению выбора между гарантированной суммой и игрой.

$$W = p_0 U(S) + (1 - p_0) U(s)$$

Функция полезности имеет вид: $U(x)$, где p_0 – заданная вероятность.

Безусловный денежный эквивалент (БДЭ) – максимальная сумма денег, которую ЛПР готов заплатить за участие в игре (лотерее) или минимальная сумма денег, за которую он готов отказаться от игры.

Ожидаемая денежная оценка (ОДО) – средний выигрыш в игре.

Вывод: если БДЭ = ОДО \Rightarrow ЛПР – объективист. Если БДЭ \neq ОДО \Rightarrow ЛПР – субъективист (если БДЭ > ОДО \Rightarrow ЛПР – склонен к риску; если БДЭ < ОДО \Rightarrow ЛПР – не склонен к риску).

Основные функции полезности используются для изучения, анализа и оценки поведения субъектов риска:

1 $U(x) = a + bx$; ($b > 0$) - функция, отражающая нейтральность к риску.

2 $U(x) = \log_a(x + b)$; ($x > -b, a > 1$) - функция, выражающая убывающую несклонность к риску.

3 $U(x) = -e^{-cx}$; ($c > 0$) - постоянная несклонность к риску.

4 $U(x) = -e^{cx}$; ($c > 0$) - постоянная склонность к риску.

5 $U(x) = a + bx - cx^2$; ($c > 0$; $x < \frac{b}{2c}$) - возрастающая несклонность к риску.

6 $U(x) = -x^2$; ($x < 0$) - возрастающая склонность к риску.

7 $U(x) = a + bx + cx^2$; ($c > 0$; $x > \frac{b}{2c}$) - убывающая склонность к риску.

8 Функция с интервальной нейтральностью к риску.

Одним из основных видов функции полезности, характеризующей финансовое поведение людей, является функция $U(x) = \ln x$, т.е. полезность бесконечно малого выигрыша прямо пропорциональна этому выигрышу и обратно пропорциональна денежной сумме, которой игрок обладает. Из этого следует, что если полезность описывается функцией $U(x) = \ln x$, то потери более ощутимы, чем выигрыш.

Детерминированный эквивалент лотереи L – это гарантированная сумма \hat{x} , получение которой эквивалентно участию в лотерее, т.е. $\hat{x} \approx L$. Итак \hat{x} определяется из уравнения

$$U(\hat{x}) = M[U(x)], \text{ или } \hat{x} = u^{-1}MU(x). \quad (1)$$

Премия за риск – это сумма, которой субъект готов пожертвовать из среднего выигрыша за то, чтобы избежать риска, связанного с лотерей. Премию за риск определяют таким образом:

$$\pi(x) = M[x(\omega)] - \hat{x} = \bar{x} - \hat{x}. \quad (2)$$

Страховая сумма – величина детерминированного эквивалента с противоположным знаком.

Задание

Инженер выбирает оптимальный технологический процесс выпуска новой продукции на крупном предприятии. Размер условного выигрыша, который предприятие может получить, зависит от благоприятного или неблагоприятного состояния среды (табл.1).

Таблица 1 – Исходные данные

Номер альтернативы	Действия инженера	Условный выигрыш, грн.	
		благоприятный исход	неблагоприятный исход
1	технологический процесс 1	$20+5*K$	$-(18+2*K)$
2	технологический процесс 2	$10+20*K$	$-(10+2*K)$
3	технологический процесс 3	$2*K$	$2*K$

Перед принятием решения руководство должно определить, заказывать ли дополнительное исследование среды или нет (стоимость услуги $2*K$, где K – номер варианта).

Возможности предприятия в виде условных вероятностей благоприятности и неблагоприятности среды представлены в табл. 3.

Таблица 3 – Вероятности наступления прогнозных значений

Прогноз	Фактически	
	Благоприятный	Неблагоприятный

Благоприятный	0,85	–
Неблагоприятный	–	0,65

Предположим, что фирма, которой заказали прогноз состояния среды, утверждает:

- ситуация будет благоприятной с вероятностью 0,45;
- ситуация будет неблагоприятной с вероятностью 0,55.

Задание. Построить программный модуль для выбора оптимальной альтернативы с помощью дерева решений, предусмотреть как максимизацию, так и минимизацию условного выигрыша. Рассчитать ценность точной информации без обращения за дополнительной информацией. Предусмотреть возможность введения исходных данных пользователем и вывод сообщения о выборе оптимальной альтернативы.

Контрольные вопросы

1. На какие группы можно разделить решения исходя из затраченных средств для обработки данных?
2. Перечислите основные фазы процесса принятия решения.
3. Как влияет неопределённость на процесс принятия решения?
4. Какие виды неопределённостей могут встречаться при принятии технических решений?
5. Для чего применяется дерево событий? Как его построить?
6. Для чего применяется дерево решений? Как его построить?
7. Что понимают под стратегией принятия решения?
8. Какие методы анализа можно применить для оценки погрешности принятого решения?
9. Чем может быть вызвана погрешность при принятии решения?
10. Как влияет взаимное влияние мнений на качество принимаемого коллективного решения?

Практическое занятие 7 Процесс принятия решения

Решение задач. Построение процедуры принятия решения для заданного варианта. Одношаговые схемы принятия решения. Процессы выбора решения согласно классическим, производным и гибким критериям. Многошаговые решения. Поиск оптимальной стратегии.

Учебный материал

Важную роль среди инструментов, оказывающих помощь в принятии решений, играют компьютерные системы. В связи с тем, что процесс принятия решений состоит из этапов, каждый из которых имеет свою специфику, на рынке программных продуктов существуют и пользуются спросом программы, предназначенные для применения на отдельных этапах разработки управленческого решения. Например, система *Decision Explorer* (продукт компании Banxia Software Ltd) предназначена для применения на стадии исследования проблемы и формирования альтернатив.

Рассмотрим названную программу «в действии», исследовав возможности ее применения в процессе решения задачи вывода предприятия из кризиса.

Объектом нашего исследования выступит отечественное предприятие с оптимистичным названием «Авангард» и проблемами, типичными для отечественного машиностроения.

Ситуация на ОАО «Авангард»

ОАО «Авангард» – компания среднего масштаба, изготавливающая двигатели, запчасти, комплектующие для тракторов и автомобилей, а также товары народного потребления (ТНП). На протяжении многих лет компания имела высокую репутацию благодаря превосходному качеству продукции и сервиса. Однако ситуация изменилась в середине 1990-х годов. Во-первых, резко сократилось количество заказов на основную продукцию предприятия – двигатели для сельскохозяйственных машин. При этом уменьшение платежеспособного спроса сопровождалось повышением требований заказчиков к приобретаемой продукции. Во-вторых, была осуществлена приватизация, и с этого момента развитие производства необходимо было осуществлять уже не за счет централизованных источников, а за счет самостоятельно заработанных средств. Как следствие, в течение последних двух лет компания отчитывается об убытках.

О современном состоянии предприятия говорят следующие цифры: половина станочного парка эксплуатируется более 25 лет; номенклатура продукции завода обновляется ежегодно только на 1 - 2%; уровень затрат на 1 грн. продукции составляет 90 копеек при плане 75 коп.

В текущем году руководство предприятия решительно приступило к формированию антикризисной программы развития производства и сбыта. Было создано экстренное совещание, на повестке дня которого стоял вопрос: «Как мы докатились до жизни такой?». Другими словами, руководство приступило к первому этапу процесса принятия решений – этапу, посвященному исследованию создавшейся проблемной ситуации, выявлению её причин и последствий. По настоянию начальника отдела компьютеризации, в качестве помощника в нелёгком деле диагностики проблемы выступила компьютерная система *Decision Explorer*.

Познакомимся с этой системой поближе.

Decision Explorer



Decision Explorer представляет собой инструмент построения и анализа дескриптивных нематематических моделей, описывающих набор элементов исследуемой системы (например, проблемы) и связи между ними. Примерами дескриптивных моделей выступают: структурная модель предметной области, диаграмма причинно-следственных связей, дерево целей.

Основные функции *Decision Explorer* – обработка качественной информации о предметной области, анализ структуры исследуемой системы, а также активизация и организация мышления ЛПР.

Работа с *Decision Explorer* включает две основные стадии: *синтез* и *анализ* (рис. 2). На первой стадии в процессе мозгового штурма формируется визуальная модель, отображающая совокупность элементов исследуемой системы и связи между ними. На второй стадии получившийся результат творчества подвергается анализу с помощью специализированного инструментария *Decision Explorer*. Затем полученный результат обсуждается, и исходная модель корректируется.

При применении *Decision Explorer* на первом этапе процесса принятия решения в качестве моделируемой системы выступает проблемная ситуация. В этом случае элементами модели являются причины и следствия проблемы, которые визуальным образом изображаются в виде прямоугольных или иных фигур с соответствующими надписями. Взаимосвязи между элементами модели визуальным образом изображаются в виде стрелок.

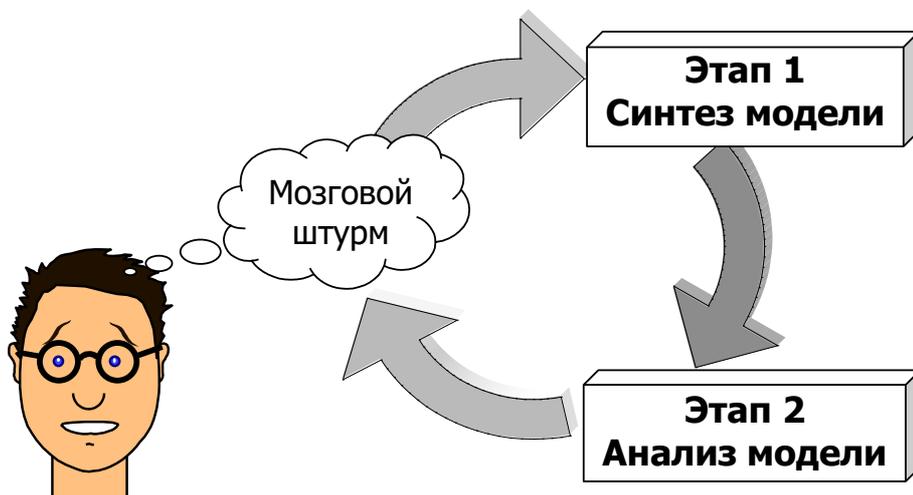


Рис. 2. Стадии работы с *Decision Explorer*

Для создания визуальной модели на стадии синтеза в среде *Decision Explorer* требуется ряд несложных действий:

- а) *двойной щелчок мыши* – для создания элементов модели;
- б) *операция Drag&Drop* – для создания связей между элементами модели (нужно указать на исходный элемент, нажать кнопку мыши и, удерживая ее, перенести курсор мыши на второй элемент).

Для выбора стиля оформления элементов модели служит команда **Property – Show style selector**, а также кнопка **A** на панели инструментов. Создать свой стиль оформления (например, стиль, позволяющий использовать в названиях элементов символы *кириллицы*)

можно с помощью команды **Property - Concept style properties** и кнопки . Масштаб изображения на экране задается командой **View-Display scale**. Переместить выбранный элемент модели можно с помощью команды **Move concept** контекстного меню. Для перемещения группы элементов следует дополнительно использовать клавишу **Shift** на клавиатуре.

Модель проблемной области, сформированная специалистами ОАО «Авангард», представлена на рис. 3.

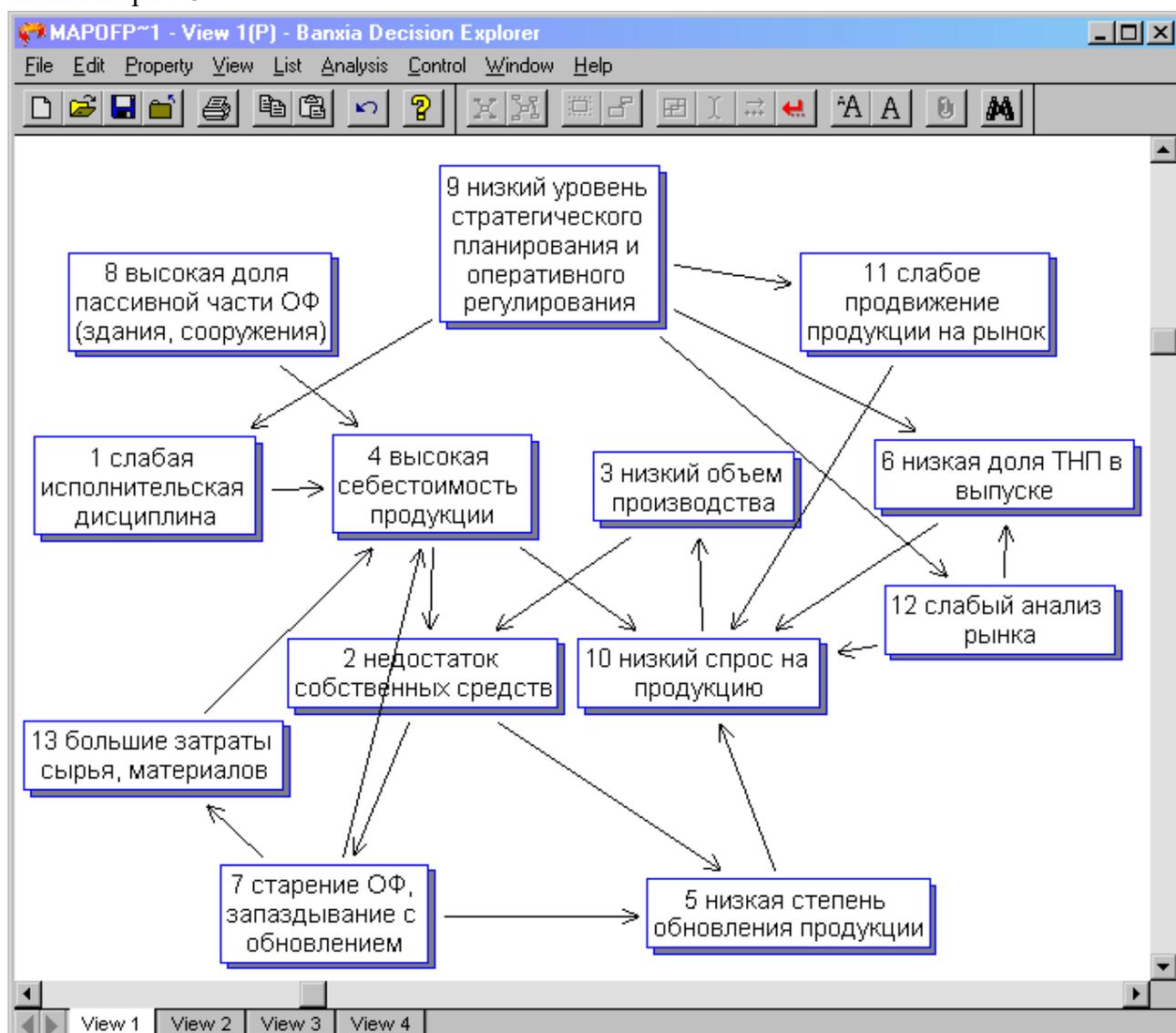


Рис. 3. Карта проблемы, построенная в среде *Decision Explorer*

На стадии анализа полученная визуальная модель подвергается исследованию с помощью следующих процедур:

- с помощью команды **Central** и **Domain** определяются «ключевые» элементы модели – то есть элементы, имеющие наибольшее количество связей;
- с помощью команды **Cluster** выявляются относительно независимые подсистемы элементов модели (если они есть);
- команда **Map concept** строит иерархию «подчиненных» элементов для выделенного звена модели;
- команда **Loop** выявляет петли положительной и отрицательной обратной связи между элементами модели.

Эти и другие команды вводятся с клавиатуры в командную строку либо выбираются в списке меню **Analysis**. Командная строка **DE>** появляется внизу экрана автоматически при

попытке ввода текста с клавиатуры. Другой способ отобразить командную строку – нажать на клавиатуре клавишу управления курсором .

Посмотрим, к каким результатам привело использование инструментария *Decision Explorer* специалистами предприятия «Авангард».

Применение команды **Central 3** (синтаксис команды - **Central n**, где **n** – заданное пользователем количество *ключевых элементов*) позволило выявить три ключевых звена системы причинно-следственных связей (рис. 4). Полученная информация полезна тем, что она дает возможность сформировать 3 основные задачи антикризисного управления предприятием:

- увеличение спроса на продукцию,
- снижение себестоимости,
- повышение эффективности стратегического планирования и оперативного регулирования.

Заметим, что если ваше интуитивное представление о ключевых элементах проблемы не совпало с результатами применения команды **Central**, это означает, что построенная модель нуждается в уточнении: ключевые элементы проблемы должны быть дополнены новыми причинными и следственными связями.

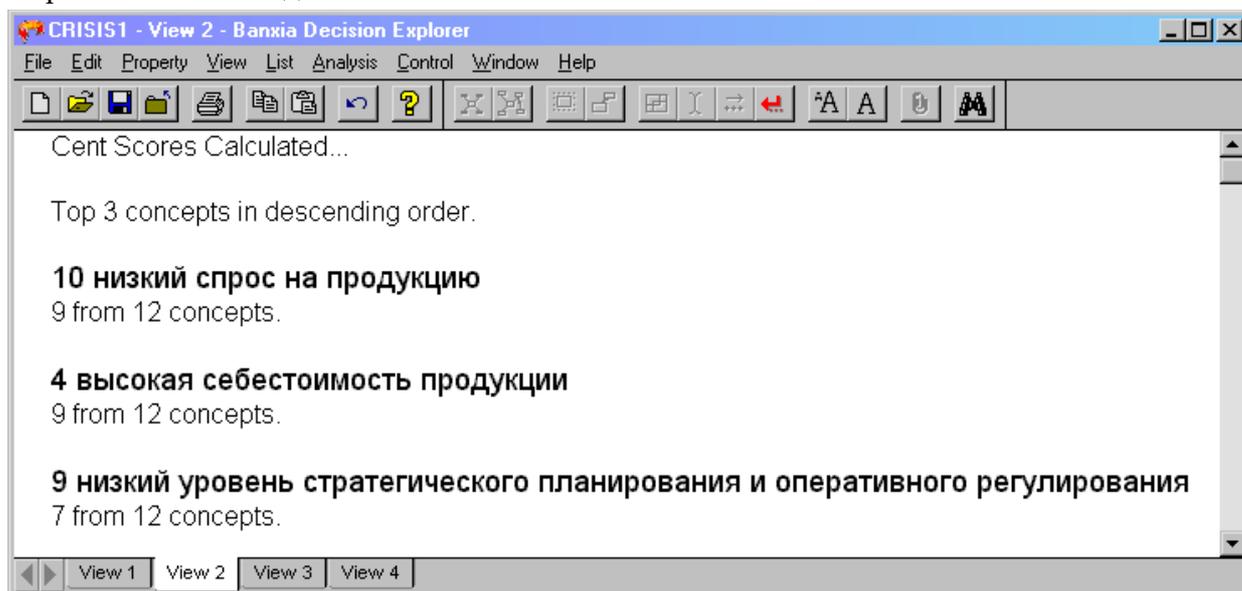


Рис. 4. Результат выполнения команды **Central 3**

Применение команды **Cluster** позволило выявить две подсистемы кризисообразующих факторов (рис. 5, 6), что привело к формированию на ОАО «Авангард» двух подсистем антикризисного управления:

- 1) подсистемы совершенствования менеджмента,
- 2) подсистемы совершенствования техники и технологии.

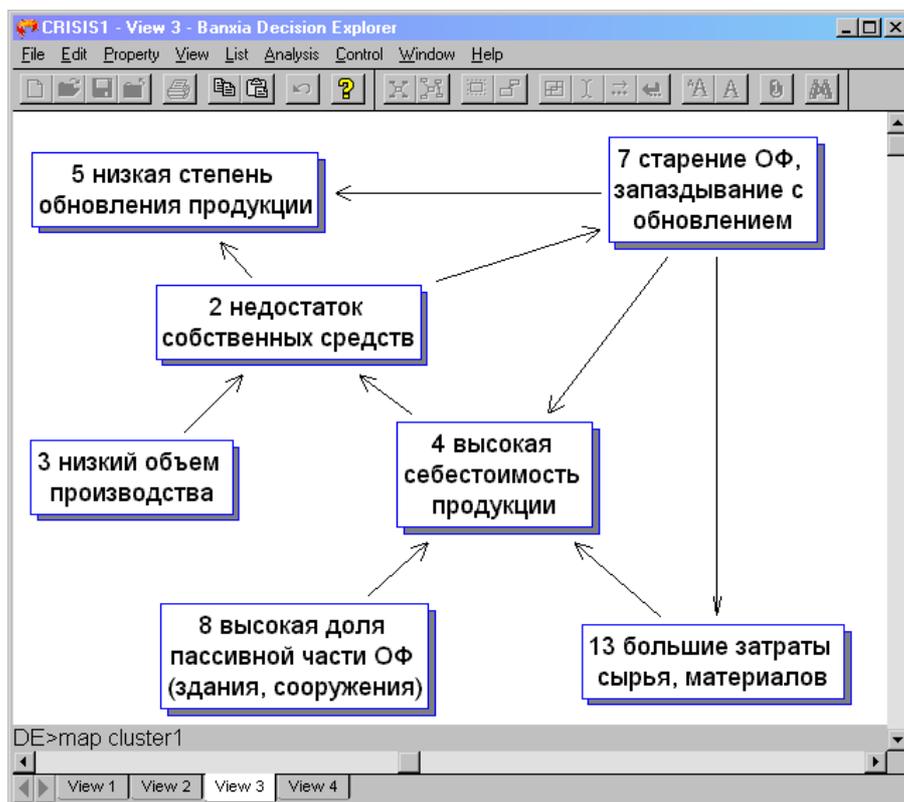


Рис. 5. Результат выполнения команды Cluster: подсистема кризисообразующих факторов в сфере техники и технологии

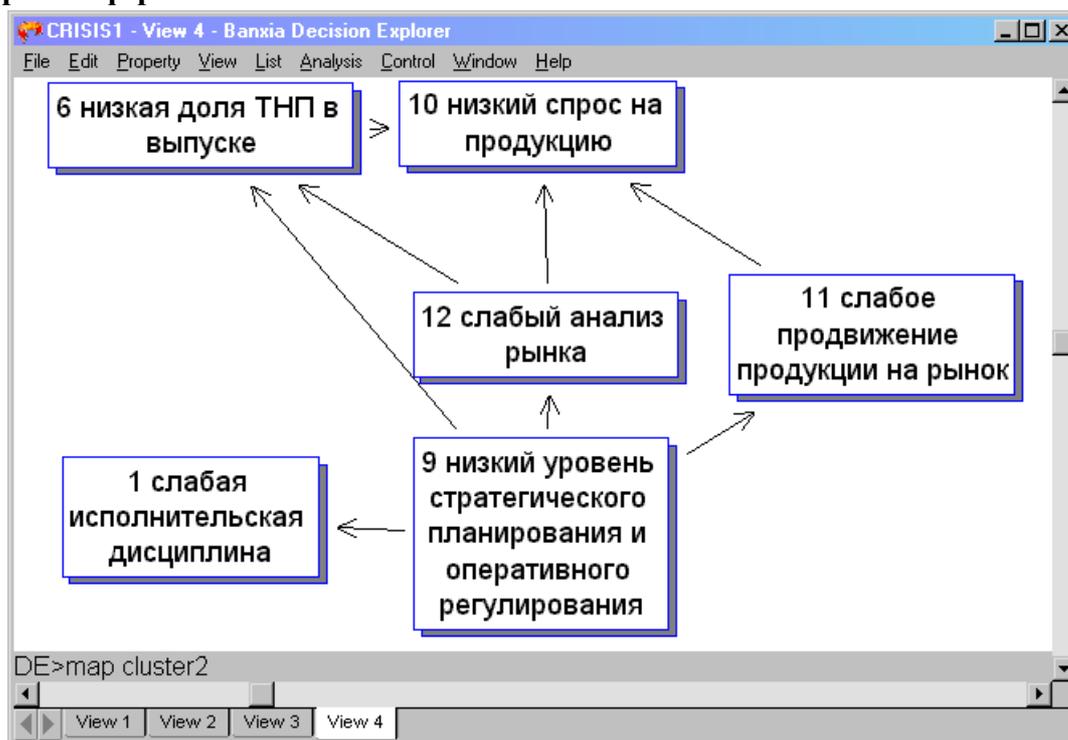


Рис. 6. Результат выполнения команды Cluster: подсистема кризисообразующих факторов в сфере менеджмента

Команда **Loop** позволила выявить ряд петель обратной связи между кризисными факторами (рис. 7).



Рис. 7. Одна из петель мультипликатора, выявленная командой **Loop**

Для выяснения причин недостаточности собственных финансовых средств предприятия к элементу № 2 модели была применена команда **Map concept**, позволяющая увидеть иерархию «подчиненных» звеньев данного элемента модели (рис. 8). При этом вид и параметры иерархии были заданы в диалоговом окне **Mapping options** (рис. 9.)

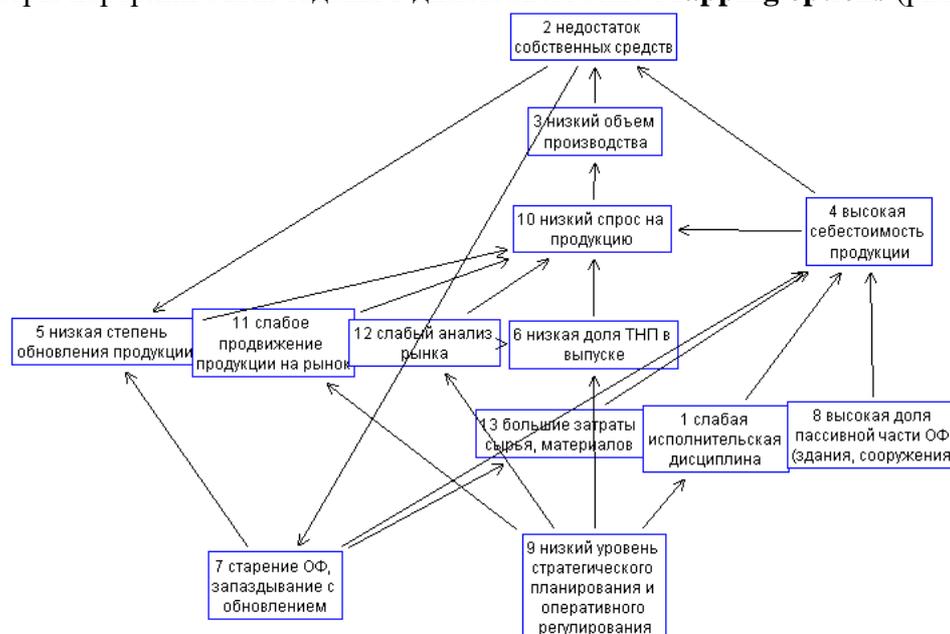


Рис. 8. Иерархия причин недостаточности собственных средств предприятия, выявленная с помощью команды **Map concept**

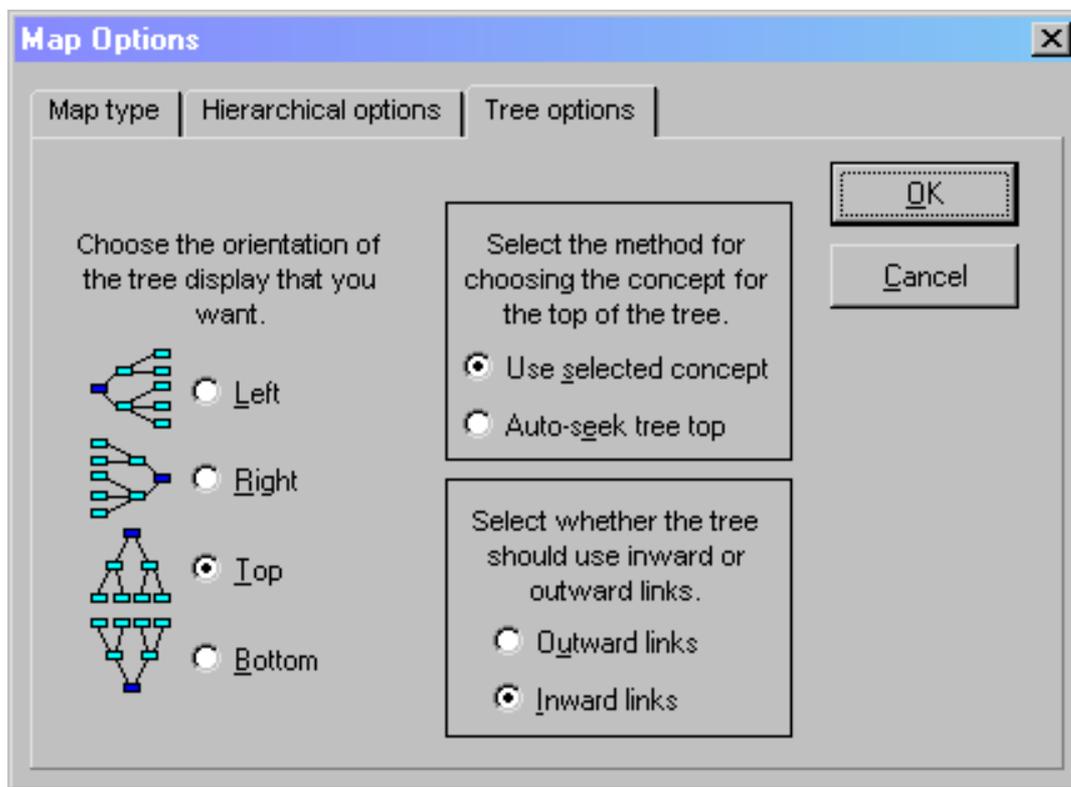


Рис. 9. Параметры иерархии элементов, выявляемой с помощью команды Map concept

Как видим, инструментарий *Decision Explorer* облегчил процесс структурирования проблемы на ОАО «Авангард», позволил сформировать относительно независимые подсистемы антикризисного управления, а также помог выявить первоочередные задачи, стоящие перед предприятием на текущем этапе развития.

ЗАДАНИЕ

Выбрать для исследования некоторую проблемную ситуацию и разработать ее логически обоснованное решение.

Для достижения этой цели необходимо выполнить следующие задания:

1. Сформулировать постановку задачи.
2. В среде *Decision Explorer* построить карту проблемы, отражающую основные взаимосвязи причин и следствий проблемной ситуации.
3. С помощью инструментария *Decision Explorer* провести анализ карты проблемы, в том числе:
 - выявить два-три ключевых элемента модели;
 - построить иерархию причин для одного из элементов модели;
 - выявить петли положительной и отрицательной обратной связи;
 - сделать выводы о том, для каких целей может быть использована полученная информация.
4. Разработать альтернативные варианты решения проблемы (3 альтернативы).
5. Сформировать перечень критериев оценки альтернатив (3 шт.). Множество критериев должно быть согласовано с картой проблемы.
6. Дать субъективные оценки альтернатив по каждому из критериев по 10-бальной шкале.
7. Для выявления наилучшего варианта решения проблемы рассчитать суммарные оценки каждой из альтернатив по всему множеству критериев.
8. Сформулировать итоговые выводы.
9. По результатам проделанной работы составить отчет.

ПРИМЕРЫ ПРОБЛЕМНЫХ СИТУАЦИЙ

- 1) проблема низкого спроса на продукцию;
- 2) проблема отсутствия финансовых ресурсов предприятия;
- 3) проблема низкой эффективности руководства;
- 4) проблема слабой мотивации персонала;
- 5) проблема высокой себестоимости продукции;
- 6) проблема убыточности внешнеэкономической деятельности;
- 7) проблема дебиторской задолженности;
- 8) проблема отсутствия инноваций;
- 9) проблема низкой квалификации сотрудников.
- 10) высокая текучесть кадров
- 11) низкий уровень использования информационных технологий
- 12) отсутствие взаимодействия с учебными заведениями, выпускающими специалистов соответствующего профиля
- 13) высокая вероятность банкротства
- 14) низкая температура в помещениях зимой
- 15) воровство на предприятии
- 16) сезонные колебания спроса на продукцию
- 17) проблема брака
- 18) снижение доли рынка вследствие появления конкурента
- 19) сотрудники не склонны к самообразованию и обмену профессиональными знаниями между собой
- 20) высокие цены и низкое качество обслуживания в заводской столовой
- 21) низкая результативность инновационной деятельности вследствие отсутствия творческих идей о путях усовершенствования продукции
- 22) недостаток молодых кадров
- 23) отрицательный имидж предприятия у покупателей
- 24) предприятие находится далеко от маршрутов городского транспорта

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИНСТРУКЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЯ ПО АНАЛИЗУ КАРТЫ ПРОБЛЕМЫ

1. Прежде всего, лист с исходной визуальной моделью следует защитить от изменений с помощью команды **View – Protect View**. Работу с командами, предназначенными для анализа карты проблемы, следует выполнять на пустых листах

2. Для построения иерархии причин для ключевого элемента модели необходимо выполнить следующие действия:

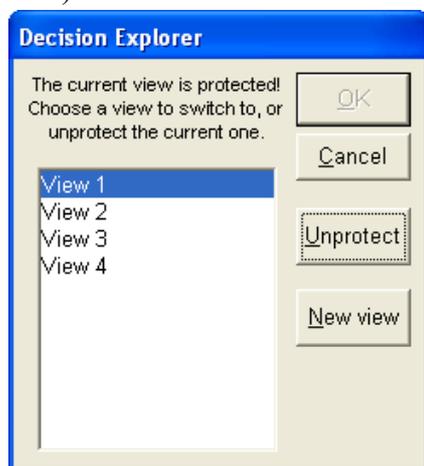
2.1. Выделить на карте проблемы тот ключевой элемент, для которого будет строиться иерархия причин, и вызвать команду **Analysis – Map concept**.

2.2. В появившемся диалоговом окне «**Map Options**» задать следующие параметры иерархии (если окно «**Map Options**» не появилось, его можно вызвать с помощью команды **Analysis – Mapping options**):

- на вкладке «**Map type**» задать тип иерархии – «**Tree**» («дерево»);
- на вкладке «**Tree options**» задать параметры так, как изображено на рис. 9 в методичке:
 - **inward links** (входящие связи)
 - **use selected concept** (в качестве вершины иерархии использовать выбранный элемент)
 - ориентацию дерева выбрать на свое усмотрение.

Затем нажать «**ОК**».

2.3. В появившемся диалоговом окне нужно выбрать тот пустой лист, на котором планируется отобразить иерархию (так как лист с исходной моделью защищен от изменений).



3. После применения команды **loop** нужно отобразить визуальные модели найденных петель (как на рис. 7 в методичке) с помощью команд **map loop1**, **map loop2** ... и т.д. в зависимости от количества найденных петель.

НЕКОТОРЫЕ ПОЛЕЗНЫЕ КОМАНДЫ DECISION EXPLORER

Команды, набираемые в командной строке

cls – очистить лист

mapall – отображение на листе всей визуальной модели (карты)

map ... – отображение на листе части визуальной модели, в т.ч.:

map loop1 – отображение первой петли (эта команда доступна после выполнения команды **loop**)

Команды меню

View – Protect View – защита листа от изменений.

View – Display scale – Select Zoom – выбор масштаба изображения

Контрольные вопросы

1. Из каких стадий состоит процесс принятия решения по классическим критериям?
2. Из каких стадий состоит процесс принятия решения по производным критериям?
3. Из каких стадий состоит процесс принятия решения по гибкому критерию?
4. В чем заключается принцип минимальной задержки?
5. В чем сущность OL – стратегий?
6. В чем сущность OL – стратегий?
7. В чем разница между OL и CL стратегиями?
8. Опишите применение принципа обратной связи.
9. В чем сущность OLFB стратегии?
10. В каком случае нет разницы между результатами применения OL и FB стратегиями?

Практическое занятие №8 Многоцелевые решения

Решение задач. Многомерные цели. Реализация целей. Выбор внутри эффективных множеств..

Теоретические сведения

Под **ситуацией многоцелевых решений** понимают пару $\{x, F\}$, где $x = \{x_1, \dots, x_m\}$ множество решений субъектов управления, $F = \{F^1, F^2, \dots, F^Q\} = \{f_k^q\}^{Q \times m}$, $(q, k=1)$ вектор функционала оцениваний. Необходимо выбрать единственное решение, которое будет оптимальным по критерию свертки с учетом влияния факторов (v, w, u) .

v – метод нормализации; u – соотношение приоритета; w – критерий свертки.

Метод нормализации – это функция перехода F , как однозначного отображения R^Q в R^l , нормализация используется для перехода к сравнительным шкалам в значениях функционала оценивания.

Метод приоритета – вектор оценок (u_1, \dots, u_Q) на компонентах $F = \{F^1, F^2, \dots, F^Q\}$.

Критерий свертки – принцип принятия оптимальных решений или функция отображения R^Q в R^l .

Таблица – Методы нормализации

Методы нормализации	Математическая запись
1. Замена ингредиентов	$(-f_k^q), \frac{1}{f_k^q}$
2. Относительная нормализация	$f_k^q / \max_k f_k^q; f_k^q / \min_k f_k^q$
3. Сравнительная нормализация	$f_k^q - \min_k f_k^q; \max_k f_k^q - f_k^q$
4. Естественная нормализация	$(f_k^q - \min_k f_k^q) / (\max_k f_k^q - \min_k f_k^q)$
5. Севиджа	$(\max_k f_k^q - f_k^q) / (\max_k f_k^q - \min_k f_k^q)$

Таблица – Принцип построения приоритетов

Принципы	Математическая запись
1. Линейный	$u_q f_k^q$
2. Показательный	$(f_k^q)^{u_q}$

Таблица – Критерий свертки (F^+)

Критерий свертки	Математическая запись
1. Гарантированный результат	$\min_q f_k^q$
2. Доминирующий результат	$\max_q f_k^q$
3. Равенство	$f_{k0}^1 = f_{k0}^2 = \dots = f_{k0}^Q$
4. Суммарная эффективность	$\sum_q f_k^q$
5. Равномерность	$\prod_q f_k^q$

Пример выполнения задания

Имеем $l=2$, $X = \{x_1, \dots, x_5\}$, $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$, $F = F^+$, F_1 и F_2 заданы в виде матриц:

$$F^1 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 2 & 4 & 1 \\ x_2 & 4 & 3 & 4 \\ x_3 & 6 & 7 & 5 \\ x_4 & 10 & 10 & 8 \\ x_5 & 2 & 10 & 9 \end{pmatrix}; \quad F^2 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 12 & 7 \\ x_2 & 4 & 0 & 8 \\ x_3 & 7 & 3 & 9 \\ x_4 & 4 & 2 & 5 \\ x_5 & 10 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Принять решение в поле пятой информационной ситуации. Субъект управления задает приоритеты с такими весовыми коэффициентами: $u_1 = 0.35$; $u_2 = 0.65$. Нормализация природная, критерий принятия решений – критерий Вальда, принцип учета приоритетов – показательный, свертка – гарантированный результат.

Решение. Для природной нормализации для матрицы F^1 имеем:

– для состояния среды θ_1 :

$$\min_k f_{k1}^1 = 2, \quad \max_k f_{k1}^1 = 10, \quad \max_k f_{k1}^1 - \min_k f_{k1}^1 = 8;$$

– для состояния среды θ_2 :

$$\min_k f_{k2}^1 = 3, \quad \max_k f_{k2}^1 = 10, \quad \max_k f_{k2}^1 - \min_k f_{k2}^1 = 7;$$

– для состояния среды θ_3 :

$$\min_k f_{k3}^1 = 1, \quad \max_k f_{k3}^1 = 9, \quad \max_k f_{k3}^1 - \min_k f_{k3}^1 = 8.$$

Отсюда имеем

$$F^1 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 1/7 & 0 \\ x_2 & 2/8 & 0 & 3/8 \\ x_3 & 4/8 & 4/7 & 4/8 \\ x_4 & 1 & 1 & 7/8 \\ x_5 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для природной нормализации для матрицы F^2 имеем:

– для состояния среды θ_1 :

$$\min_k f_{k1}^2 = 0, \quad \max_k f_{k1}^2 = 10, \quad \max_k f_{k1}^2 - \min_k f_{k1}^2 = 10;$$

– для состояния среды θ_2 :

$$\min_k f_{k2}^2 = 0, \quad \max_k f_{k2}^2 = 12, \quad \max_k f_{k2}^2 - \min_k f_{k2}^2 = 12;$$

– для состояния среды θ_3 :

$$\min_k f_{k3}^2 = 2, \quad \max_k f_{k3}^2 = 9, \quad \max_k f_{k3}^2 - \min_k f_{k3}^2 = 7.$$

Отсюда имеем

$$F^2 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 1 & 5/7 \\ x_2 & 4/10 & 0 & 6/7 \\ x_3 & 7/10 & 3/12 & 1 \\ x_4 & 4/10 & 2/12 & 3/7 \\ x_5 & 1 & 1/12 & 0 \end{pmatrix}.$$

Используя показательный принцип учета приоритетов, получим:

$$\tilde{F}^1 = (f_k^1)^{u_1}, \quad \tilde{F}^2 = (f_k^2)^{u_2},$$

то есть

$$\tilde{F}^1 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & 0.62 & 0.51 & 0.71 \\ x_3 & 0.78 & 0.82 & 0.78 \\ x_4 & 1 & 1 & 0.95 \\ x_5 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \tilde{F}^2 = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 1 & 0.8 \\ x_2 & 0.55 & 0 & 0.9 \\ x_3 & 0.79 & 0.41 & 1 \\ x_4 & 0.55 & 0.31 & 0.58 \\ x_5 & 1 & 0.2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Используя гарантированный критерий свертки, получим общий функционал оценивания:

$$F = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \\ x_1 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 & 0.55 & 0.51 & 0.71 \\ x_3 & 0.78 & 0.41 & 0.78 \\ x_4 & 0.55 & 0.31 & 0.58 \\ x_5 & 0 & 0.2 & 0 \end{pmatrix}.$$

По критерию Вальда оптимальной является стратегия $x^* = x_3$, так как $x^* = \max_k \min_j \{f_k^q\} = \max_k \{0; 0; 0.41; 0.31; 0\} = 0.41$.

Задание.

Пусть субъект управления имеет $Q(Q > 0)$ ситуаций принятия решений $\{X, \Theta, F^1\}, \{X, \Theta, F^2\}, \{X, \Theta, F^Q\}$, которые отличаются функционалом оценивания в заданной информационной ситуации I . Необходимо определить оптимальное решение для всех Q ситуаций принятия решений одновременно. Использование основных факторов $\{v, u, w\}$ принятия многоцелевых решений позволяет получить ситуацию принятия решений с одним скалярным функционалом оценивания для заданной информационной ситуации I и критерия принятия решений.

Заданы множество решений органа управления – $X = \{x_1 \dots x_k\}$, множество возможных ситуаций – $\Theta = \{\theta_1, \dots, \theta_q\}$, тип функционала оценивания и информационная ситуация.

Определить в соответствии с исходными данными (таблица 1) оптимальное решение. Функционалы оценивания строятся таким образом, чтобы не было идентичного повторения матриц, используя генератор случайных чисел в пределах заданного диапазона.

Использовать при определенном типе информационной ситуации:

1) I_1 – критерий Байеса (при $q=2$ $p_1 = 0.45$; при $q=3$ $p_2 = 0.25, p_1 = 0.35$; при $q=4$ $p_2 = 0.2, p_1 = 0.25, p_3 = 0.3$);

2) I_4 – критерий Лапласа;

3) I_5 – критерий Вальда;

4) I_6 – критерий Гурвица ($\lambda = 0.6$).

Приоритет задается студентом самостоятельно с помощью соответствующих весовых коэффициентов.

Построить программный модуль для принятия многоцелевых решений, предусмотреть возможность ввода исходных данных пользователем, информативность алгоритма, вывод по результатам оценки альтернатив по критерию.

Таблица 1 – Исходные данные

№ варианта	$q = l$	k	Метод нормализации v	Соотношение приоритетов u	Критерий свертки w	Тип функционалов оценивания $F^+ (F^-)$	Элементы матриц f_k^q		I
							min	max	
1	2	6	относительной нормализации	линейный	гарантированного результата	+	0	15	1
2	3	7	естественной нормализации	показательный	доминирующего результата	+	1	9	4
3	4	8	сравнительной нормализации	линейный	равномерности	-	0	6	5
4	2	5	Севиджа	показательный	суммарной эффективности	+	0	14	6
5	2	9	относительной нормализации	линейный	равномерности	-	0	12	5
6	4	6	естественной нормализации	показательный	гарантированного результата	-	0	16	6
7	4	7	сравнительной нормализации	линейный	доминирующего результата	-	1	9	4
8	3	7	Севиджа	показательный	равномерности	+	1	10	1
9	3	5	относительной нормализации	линейный	суммарной эффективности	+	1	15	1
10	2	6	естественной нормализации	показательный	равномерности	+	0	13	4
11	3	6	сравнительной нормализации	линейный	гарантированного результата	-	1	11	5
12	2	7	Севиджа	показательный	доминирующего результата	+	1	12	5
13	3	8	относительной нормализации	линейный	суммарной эффективности	-	1	8	4
14	4	9	естественной нормализации	показательный	суммарной эффективности	+	1	7	6
15	4	9	сравнительной нормализации	линейный	равномерности	-	0	5	6
16	4	8	Севиджа	показательный	гарантированного результата	+	0	6	6
17	2	8	Севиджа	линейный	доминирующего результата	-	0	7	1
18	3	7	относительной нормализации	показательный	суммарной эффективности	-	0	8	1
19	3	7	естественной нормализации	линейный	суммарной эффективности	-	0	10	4
20	2	6	сравнительной нормализации	показательный	равномерности	+	1	7	5
21	2	6	Севиджа	линейный	гарантированного результата	+	1	8	6
22	4	5	естественной нормализации	показательный	доминирующего результата	-	1	9	6
23	3	5	сравнительной нормализации	линейный	доминирующего результата	-	1	10	4
24	4	8	естественной нормализации	показательный	суммарной эффективности	+	1	10	5
25	2	6	относительной нормализации	показательный	равномерности	+	0	4	5

Контрольные вопросы

1. В каких отношениях могут находиться между собой многомерные цели?
2. В каком случае можно использовать лексикографический метод принятия решения?
3. Как организовать процесс принятия решения в случае конкурирующих целей?
4. В каких связях могут находиться цели принятия решения?
5. Как организовать процесс принятия решения в случае дизъюнктивной связи целей?

6. Как организовать процесс принятия решения в случае конъюнктивной связи целей?
7. Как организовать процесс принятия решения в случае смешанной связи целей?
8. Опишите свойства множества Парето.
9. Как используется теория нечётких множеств для поиска решения при многомерных целях?
10. Как устанавливаются характеристические множества?

Практическое занятие № 9 Принятие решений с применением теории нечётких множеств

Решение задач с применением нечётких множеств.

Теоретические сведения

теоретические сведения

Основой систем нечеткой логики является математическая теория нечетких множеств, которая берет свое начало со статьи американского ученого Лотфи Заде, опубликованной под названием "Fuzzy Sets" (нечеткие множества) в 1965 году в журнале Information and Control. В настоящее время эта теория получила достаточно глубокое развитие, а системы на базе нечеткой логики нашли широкое применение в промышленности от производства фотоаппаратов, стиральных машин, микроволновых печей до управления крупными промышленными производствами и систем поддержки принятия решения.

Идея, лежащая в основе теории нечетких множеств, заключается в том, что человек в своей повседневной жизни мыслит и принимает решения на основе нечетких понятий. Создание теории нечетких множеств - это попытка формализовать человеческий способ рассуждений. Развитие вычислительной техники позволяет в настоящее время создавать на базе теории нечетких множеств системы нечеткой логики, которые копируют способ рассуждений человека.

В большинстве решаемых человеком задач не требуется высокая точность. Наоборот, часто приходится находить разумный компромисс между понятиями "точность" и "важность" при общении с реальным миром. Так, для принятия решения о переходе улицы человек не оценивает скорость приближающегося автомобиля с точностью до десятых долей метров в секунду. Он определяет для себя скорость автомобиля как "очень быструю", "быструю", "медленную" и т. д., т. е. использует для обозначения скорости лингвистические переменные.

Определение лингвистической переменной (формальное)

Лингвистической переменной называется пятерка $(x, T(x), X, G, M)$, где x - имя переменной; $T(x)$ - множество имен лингвистических значений переменной x , каждое из которых является нечетким множеством на множестве X ; G есть [синтаксическое](#) правило для образования имен значений x ; M есть семантическое правило для ассоциирования каждой величины значения с ее понятием.

Это определение может вызвать ощущение, что лингвистическая переменная - очень сложное понятие, но на самом деле это не так. Цель концепции лингвистической переменной состоит в том, чтобы формальным образом сказать, что переменная может принимать в качестве значений слова из естественного языка. Например, если мы говорим "быстрая скорость", то переменная "скорость" должна пониматься как лингвистическая переменная, но это не означает, что переменная "скорость" не может принимать реальные значения.

Определение лингвистической переменной (интуитивное)

Если переменная может принимать значения слов в естественном языке (например, "маленький", "быстрый" и т. п.), то эта переменная определяется как лингвистическая переменная. Слова, значения которых принимает лингвистическая переменная, обычно обозначают собой нечеткие множества. Лингвистическая переменная может принимать своими значениями либо слова, либо числа.

Определение. Нечеткое множество - это такое множество, которое образуется путем введения обобщенного понятия принадлежности, т. е. расширения двухэлементного

множества значений функции принадлежности $\{0,1\}$ до отрезка $[0,1]$. Это означает, что переход от полной принадлежности объекта множеству к его полной непринадлежности происходит не скачком, как в обычных "четких" множествах, а плавно, постепенно, причем степень принадлежности элемента множеству выражается числом из интервала $[0,1]$.

Таким образом, нечеткое множество $A = \{(x, \mu_A(x))\}$ определяется математически как совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов x множества X и соответствующих им степеней принадлежности $\mu_A(x)$ или непосредственно в виде функции $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$. Рассмотрим пример нечеткого множества.

Пример 1. Множество высоких людей

Пусть x есть лингвистическая переменная, обозначающая "рост человека", а ее функция принадлежности к множеству высоких людей $\mu_A: X \rightarrow \{0,1\}$, где X - множество, включающее в себя все возможные значения роста человека, задана следующим образом:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \geq 180, \\ 0, & \text{если } x < 180. \end{cases}$$

Тогда множество "высоких людей" задается выражением $A = \{x \mid \mu_A(x) = 1\}$, $x \in X$. Графически это представлено на рисунке 1 (сплошная линия).

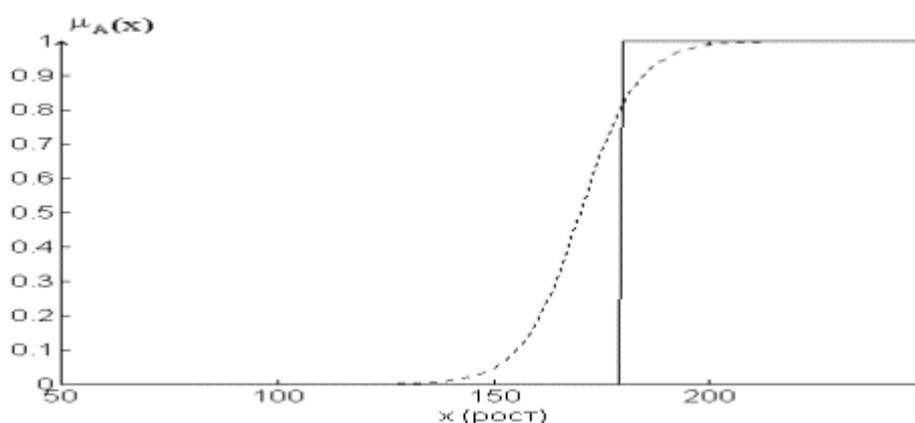


Рисунок 1

Однако в реальной жизни такое понятие, как "рост высокого человека", является субъективным, т. е. зависит от индивидуума, делающего оценку. Одни считают, что высокий человек должен быть ростом более 170 см, другие - более 180 см, третьи - более 190 см. Нечеткие множества позволяют учесть такую размытость оценок. Так, пусть функция принадлежности $\mu_A: X \rightarrow \{0,1\}$ имеет вид, представленный на рисунке 1 пунктирной линией. Тогда множество A ("высоких людей") задается множеством пар $A = \{x, \mu_A(x)\}$, $x \in X$ и является нечетким множеством.

Таким образом, человек ростом 145 см будет принадлежать множеству A со степенью принадлежности $\mu_A(145) = 0$, человек ростом 165 см - $\mu_A(165) = 0,3$, ростом 185 см - $\mu_A(185) = 0,9$, а ростом 205 см - $\mu_A(205) = 1$.

Можно сказать, что в нечеткой логике правдивость каждого утверждения рассматривается в рамках степени правдивости, которая может также рассматриваться как степень уверенности эксперта, делающего оценку, в том, что элемент x принадлежит множеству A .

Из вышесказанного можно сделать следующие выводы:

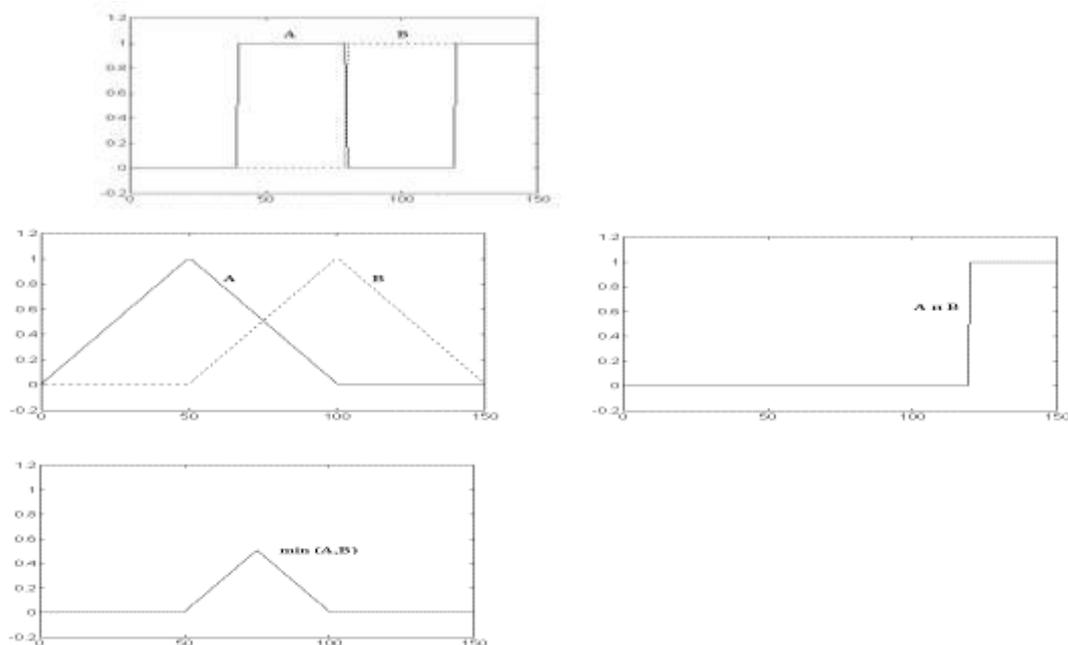
1) нечеткие множества описывают неопределенные понятия (быстрый бегун, горячая вода, жаркая погода);

2) нечеткие множества допускают возможность частичной принадлежности к ним (пятница - частично выходной день (укороченный), погода скорее жаркая);

3) степень принадлежности объекта к нечеткому множеству определяется соответствующим значением функции принадлежности на интервале $[0,1]$ (пятница принадлежит к выходным дням со степенью принадлежности 0,3);

4) функция принадлежности ставит в соответствие объекту (или логической переменной) значение степени его принадлежности к нечеткому множеству.

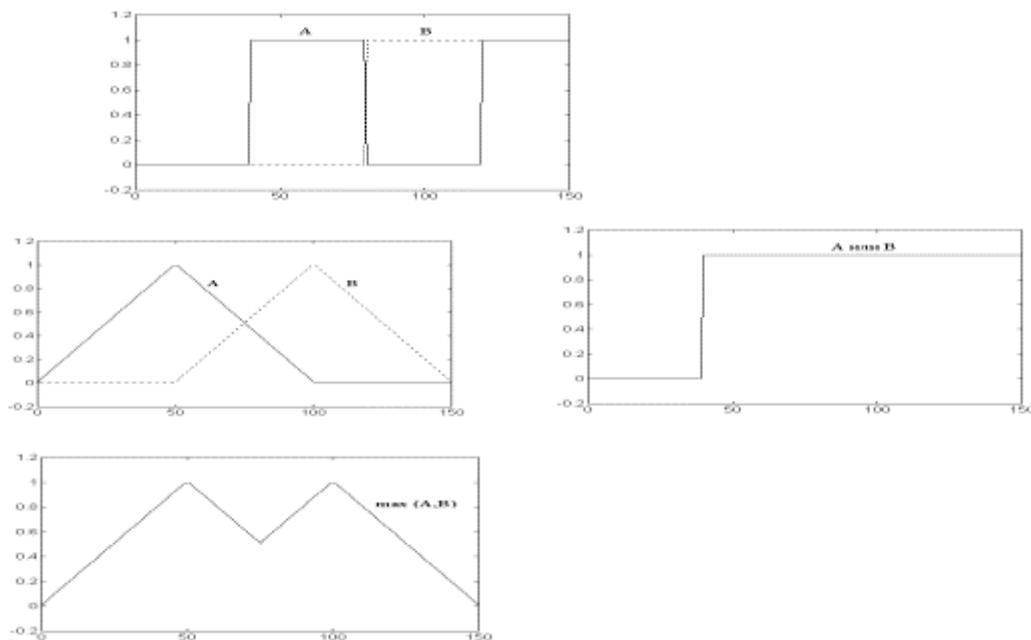
Логические операции с нечеткими множествами. Одной из важных вещей для понимания механизма нечеткой логики является то, что она может рассматриваться как расширение стандартной, хорошо известной булевой логики (подобно тому, как нечеткие множества являются расширением обычных множеств). Другими словами, если рассматривать нечеткие значения в их экстремумах, т. е. в 1 (абсолютная правда) и в 0 (абсолютная ложь), то можно применять стандартные логические операции: И, ИЛИ, НЕ. В нечеткой логике истинность каждого утверждения рассматривается в определенной степени. В нечеткой логике по аналогии с операциями И и ИЛИ вводятся операции $\min(A, B)$ и $\max(A, B)$, а операции НЕ соответствует операция $1-A$. Графически это представлено на рисунках 2 - 4.



а

б

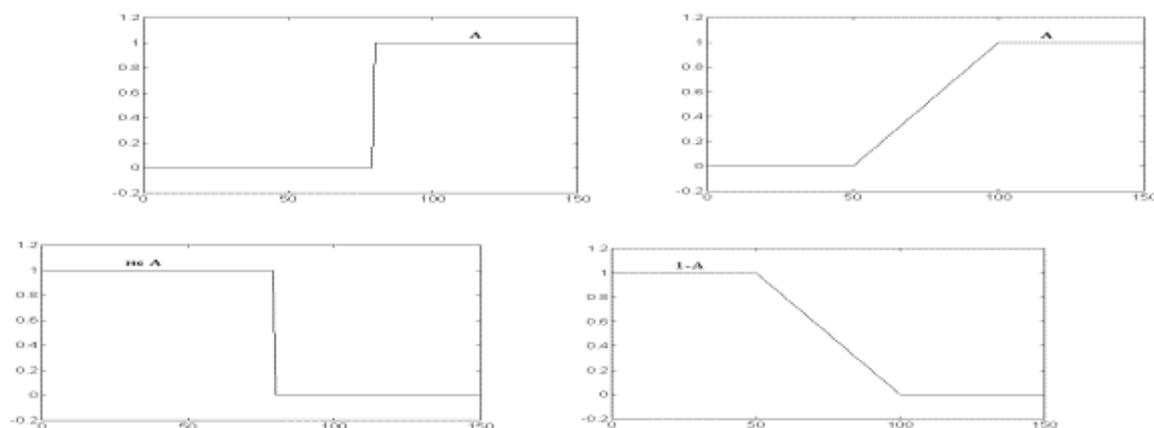
Рисунок 2 - Операция $\min(A, B)$: а - "четкая" логика; б - "нечеткая" логика



а

б

Рисунок 3 - Операция $\max(A, B)$: а - "четкая" логика; б - "нечеткая" логика



а

б

Рисунок 4 - Операция $1-A$: а - "четкая" логика; б - "нечеткая" логика

Рассмотрим формальные определения.

Определение 1. Пересечением $A \cap B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как $\mu_{A \cap B} = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$.

Определение 2. Объединением $A \cup B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как $\mu_{A \cup B} = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$.

Определение 3. Дополнением \bar{A} нечеткого множества A на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$.

Определения 1 и 2 представляют собой один из возможных выборов оператора пересечения и объединения нечетких множеств. Выбор оператора ведет к определенной интерпретации понятий пересечение и объединение. В литературе вводится понятие треугольных норм и треугольных конорм для обозначения операторов пересечения и объединения нечетких

множеств.

Определение 4. Треугольной нормой (t-нормой) называется двухместная действительная функция $T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- 1) $T(0, 0) = 0$; $T(\mu_A, 1) = T(1, \mu_A) = \mu_A$ (ограниченность);
- 2) $T(\mu_A, \mu_B) \leq T(\mu_C, \mu_D)$, если $\mu_A \leq \mu_C, \mu_B \leq \mu_D$ (монотонность);
- 3) $T(\mu_A, \mu_B) = T(\mu_B, \mu_A)$ (коммутативность);
- 4) $T(\mu_A, T(\mu_B, \mu_C)) = T(T(\mu_A, \mu_B), \mu_C)$ (ассоциативность).

Простыми случаями t-норм являются операции пересечения, алгебраического произведения (пересечение II), ограниченного произведения (пересечение III), сильного произведения (пересечение IV).

Определение 5. Алгебраическим произведением $A * B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как $\mu_{A * B}(x) = \mu_A(x) \mu_B(x)$.

Определение 6. Ограниченным произведением $A \overset{\circ}{*} B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как $\mu_{A \overset{\circ}{*} B}(x) = \max(0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1)$.

Определение 7. Сильным произведением $A \overset{\hat{*}}{*} B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как

$$\mu_{A \overset{\hat{*}}{*} B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x), & \text{если } \mu_B(x) = 1; \\ \mu_B(x), & \text{если } \mu_A(x) = 1; \\ 0 & \text{в других случаях} \end{cases}$$

Для этих t-норм справедливо неравенство

$$A \overset{\hat{*}}{*} B \leq A \overset{\circ}{*} B \leq A * B \leq A \cap B.$$

Определение 8. Треугольной конормой (t-конормой) называется двухместная действительная функция

$\perp: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, удовлетворяющая следующим условиям:

- 1) $\perp(1, 1) = 1$; $\perp(0, \mu_A) = \perp(\mu_A, 0) = \mu_A$ (ограниченность);
- 2) $\perp(\mu_A, \mu_B) \geq \perp(\mu_C, \mu_D)$, если $\mu_A \geq \mu_C, \mu_B \geq \mu_D$ (монотонность);
- 3) $\perp(\mu_A, \mu_B) = \perp(\mu_B, \mu_A)$ (коммутативность);
- 4) $\perp(\mu_A, \perp(\mu_B, \mu_C)) = \perp(\perp(\mu_A, \mu_B), \mu_C)$ (ассоциативность).

Простыми случаями t-конорм являются операции объединения, алгебраической суммы (объединение II), ограниченной суммы (объединение III) и сильной суммы (объединение IV).

Определение 9. Алгебраической суммой $A \overset{\oplus}{+} B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как $\mu_{A \overset{\oplus}{+} B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \mu_B(x)$.

Определение 10. Ограниченной суммой $A \overset{+}{+} B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой

для любого $x \in X$ как
 $\mu_{A \dot{+} B}(x) = \min(1, \mu_A(x) + \mu_B(x)).$

Определение 11. Сильной суммой $A \hat{+} B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X является нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как

$$\mu_{A \hat{+} B}(x) = \begin{cases} \mu_A(x), & \text{если } \mu_B(x) = 0; \\ \mu_B(x), & \text{если } \mu_A(x) = 0; \\ 1 & - \text{ в других случаях.} \end{cases}$$

Для этих t -конорм справедливо неравенство

$$A \hat{+} B \geq A \dot{+} B \geq A \oplus B \geq A \cup B.$$

Следует отметить, что в теории нечетких множеств оператор дополнения также не является единственным. Помимо оператора $1-A$ существует целый набор операторов отрицания.

Наиболее общее определение функции отрицания в нечетких множествах $C: [0,1] \rightarrow [0,1]$ предполагает, что выполняются, по крайней мере, два следующих свойства:

- 1) $C(0)=1, C(1)=0;$
- 2) C - невозрастающая функция, т. е. если $\mu_A \leq \mu_B$, то $C(\mu_A) \geq C(\mu_B).$

Определение 12. Разностью $A-B$ двух нечетких множеств A и B на множестве X называется нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности, определяемой для любого $x \in X$ как

$$\mu_{A-B}(x) = \max(0, \mu_A(x) - \mu_B(x)).$$

Определение 13. Концентрированием нечеткого множества A_2 на множестве X называется нечеткое множество на множестве X с функцией принадлежности следующего вида:

$$\mu_{A_2} = \mu_A^2(x) \quad \text{для любого } x \in X.$$

Результатом применения операции концентрирования к нечеткому множеству A является уменьшение степени принадлежности элементов к этому множеству, и происходит оно в квадратичной зависимости, т. е. если $\mu_A(x) \approx 1$, то это уменьшение мало, а если $\mu_A(x) \approx 0$, то уменьшение велико.

В естественном языке применение операции концентрирования к значению лингвистической переменной соответствует использованию усиления "очень".

Определение 14. Растяжением нечеткого множества $A^{1/2}$ называется операция, противоположная концентрированию. В естественном языке ее можно сравнить с использованием слов "достаточно" или "более-менее" ("более-менее близкий").

Системы нечеткой логики. Системами нечеткой логики называются системы, которые оперируют с нечеткими понятиями, такими как нечеткие множества, лингвистические переменные и т. п., и используют при этом нечеткую логику. Системы нечеткой логики могут быть классифицированы по трем основным типам:

- 1) простые системы нечеткой логики (pure Fuzzy Logic Systems);
- 2) нечеткие системы Такаги и Суджено (Takagi and Sugeno);
- 3) системы нечеткой логики с фаззификатором и дефаззификатором.

Простые системы нечеткой логики. Базовая конфигурация простой системы нечеткой логики представлена на рисунке 5.

Базис нечетких правил содержит набор нечетких IF-THEN (ЕСЛИ-ТО) правил, а механизм нечеткого вывода на основе принципов нечеткой логики использует эти IF-THEN-правила

для отображения нечетких множеств из входящего множества высказываний X в нечеткие множества из множества высказываний Y на выходе системы. Нечеткие IF-THEN-правила выглядят следующим образом: $R(p)$: IF x_1 есть F_{1p} и . . . и x_n есть F_{np} THEN y есть G_p , (1) где F_{ip} и G_p - нечеткие множества; $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in X$ и $y \in Y$ есть входные и выходная лингвистические переменные соответственно; $p = \overline{1, m}$.

Как заставить SciLAB 4.1.2 работать?

Для работы с fuzzy logic нужно загрузить модуль *SciFLT* в среду SciLAB. Сделать это можно открыв файл loader.sce из этого пакета и выполнив команду *execute-> load into SciLAB*.

Используемые в системе SciLAB типы функций принадлежности Инструментарий нечеткой логики (ИНЛ) в составе пакета SciFLT содержит 11 встроенных типов функций принадлежности (ФП), формируемых на основе кусочно-линейных функций, распределения Гаусса, сигмоидной кривой, квадратичных и кубических полиномиальных кривых.

□ наиболее простым ФП (и в этом их главное достоинство) можно отнести треугольную и трапециевидную. Наименование треугольной ФП – *trimf (triangle membership function)*. В параметрическом виде она представляет собой ни что иное, как набор трех точек, образующих треугольник.

Описание функции:

$$y = \text{trimf}(x, [a \ b \ c]).$$

Вектор x обозначает базовое множество, на котором определяется ФП.

Величины a и c задают основание треугольника, b – его вершину.

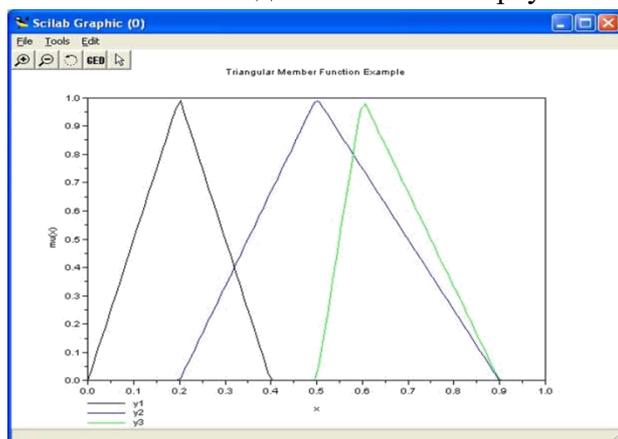


Рис. 1.1. Треугольные функции

Далее рассмотрим примеры использования различных ФП в системе *SciFLT*. Примеры представляют собой фрагменты программ и комментариев на языке пакета *SCILAB*.

Пример 1.1. Программа использования ФП *trimf* (результат на рис.1.1)

```
x=linspace(0,1,100)'; //задаем множество x
```

```
y1=trimf(x,[0 0.2 0.4]); //и три треугольных функции на нем
```

```

y2=trimf(x,[0.2 0.5 0.9]);
y3=trimf(x,[0.5 0.6 0.9 ]);
xbase();

```

```

//строим функции принадлежности plot2d(x,[y1 y2 y3],leg="y1@y2@y3");
//подписываем рисунок

```

```

xtitle("Triangular Member Function Example","x","mu(x)");

```

Трапециевидная ФП, *trapmf* (*trapezoid membership function*), отличается от предыдущей функции лишь тем, что имеет верхнее основание.

Описание функции:

$$y = \text{trapmf}(x, [a \ b \ c \ d]),$$

где параметры a и d задают нижнее основание, b и c – верхнее основание трапеции (рис. 1.2).

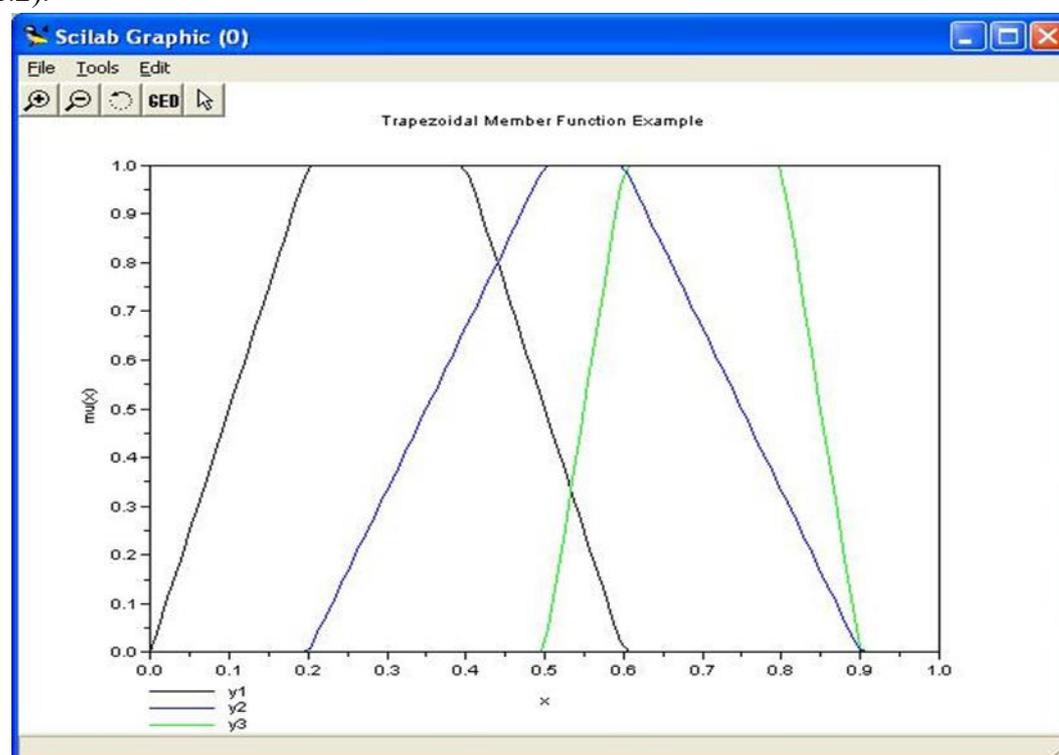


Рис.1.2. Трапециевидные функции принадлежности

Пример 1.2. Программа использования ФП *trapmf* (результат на рис. 1.2)

```

x=linspace(0,1,100)';
y1=trapmf(x,[0 0.2 0.4 0.6]);
y2=trapmf(x,[0.2 0.5 0.6 0.9]);
y3=trapmf(x,[0.5 0.6 0.8 0.9 ]);
xbase(); plot2d(x,[y1 y2 y3],leg="y1@y2@y3"); xtitle("Trapezoidal Member Function
Example","x","mu(x)");

```

На основе функции распределения Гаусса в *SCIFLT* можно построить ФП двух видов: простую ФП Гаусса и двухстороннюю ФП, образованную с помощью различных функций распределения Гаусса. Первая из них обозначается – *gaussmf*, а вторая – *gauss2mf*.

Описание функции:

$$y = \text{gaussmf}(x, [\sigma, c]).$$

Последнее выражение является комбинацией двух различных функций распределения Гаусса.

На рис. 1.3. представлены графики кривых *gaussmf* и *gauss2mf*, заданных в программе из примера 1.3.

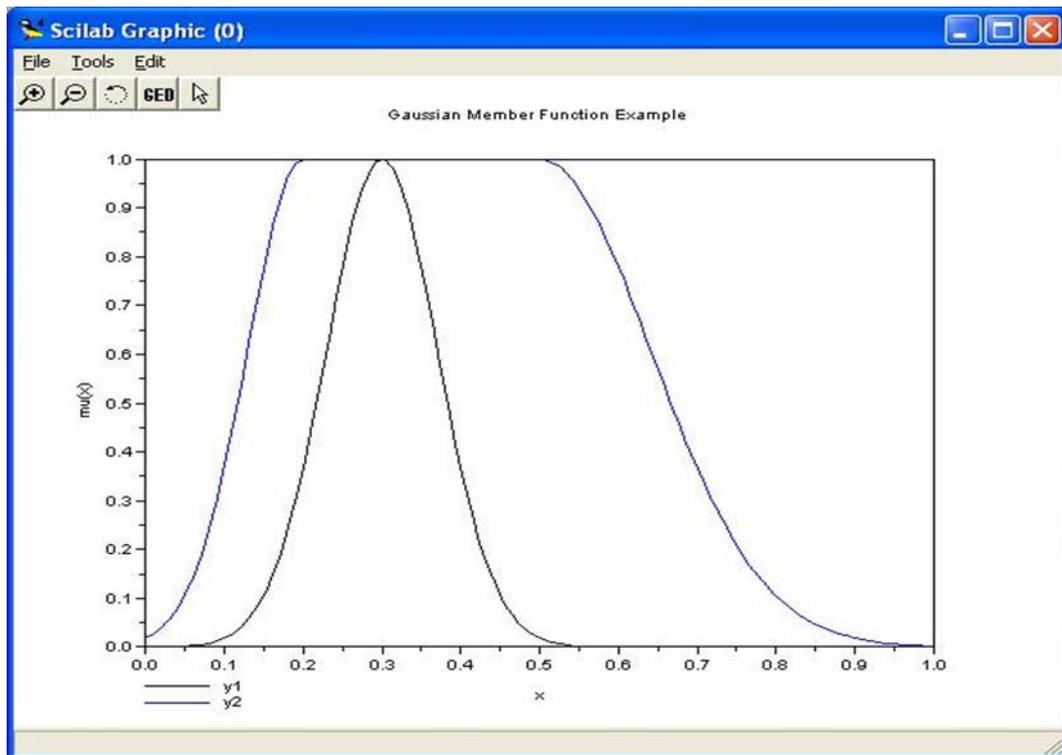


Рис. 1.3. Гауссовы кривые

Пример 1.3. Программа использования ФП *gaussmf*

```
x=linspace(0,1,100)';
y1=gaussmf(x,[0.3 0.1]);
y2=gauss2mf(x,[0.2 0.1 0.5 0.2]);
xbaso();
plot2d(x,[y1 y2],leg="y1@y2");
```

`xtitle("Gaussian Member Function Example","x","mu(x)");` Символ “ ’ ” в строке определения базового множества *x* показывает транспонированность базового множества.

Следующей функцией, которая позволяет представлять нечеткие субъективные предпочтения, является ФП «обобщенный колокол». Она обозначается *gbellmf* (*bell shape membership function*). Ее отличие от рассмотренных ранее ФП заключается в добавлении третьего параметра, что позволяет осуществлять плавный переход от нечеткого множества к четкому.

Описание функции:

$$y = gbellmf(x, [a \ b \ c]).$$

где c определяет расположение центра ФП, a и b оказывают влияние на форму кривой (рис. 1.4).

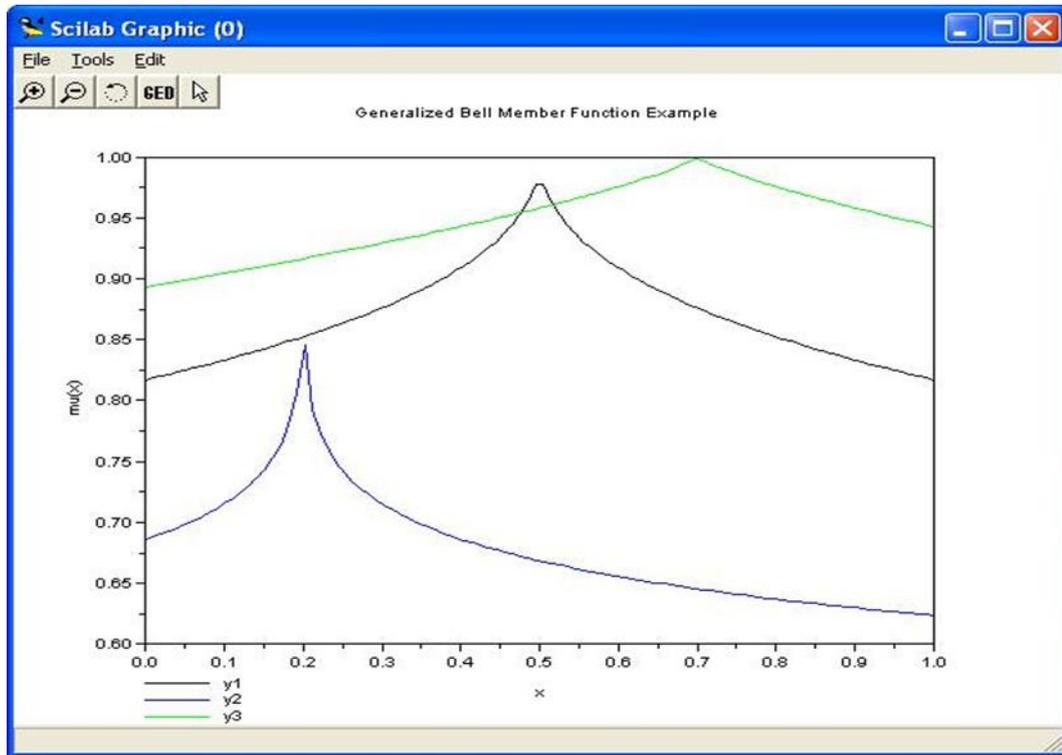


Рис. 1.4. Колоколообразные функции принадлежности

Пример 1.4. Программа использования `gbellmf`

```
x=linspace(0,1,100);
y1=gbellmf(x,[0.5 10 0.5]);
y2=gbellmf(x,[0.2 10 0.2]);
y3=gbellmf(x,[0.7 10 0.8]);
```

```
xbasc();
plot2d(x,[y1 y2 y3],leg="y1@y2@y3");
```

```
xtitle("Generalized Bell Member Function Example","x","mu(x)");
```

ФП на основе функции распределения Гаусса и ФП «обобщенный колокол» отличаются гладкостью и простотой записи и являются наиболее используемыми при описании нечетких множеств.

Но несмотря на то, что гауссовы и колоколообразные ФП обладают свойством гладкости, они не позволяют формировать асимметричные ФП. Для этих целей в *SciFLT*

существует набор сигмоидных функций, которые могут быть открыты либо слева, либо справа в зависимости от типа функции. Симметричные и закрытые функции синтезируют с использованием двух дополнительных сигмоид. Основная сигмоидная ФП обозначается *sigmf*, а дополнительные – *dsigmf* и *psigmf*.

Описание основной сигмоидной функции:

$$y = \text{sigmf}(x, [a \ c]).$$

В зависимости от знака параметра a рассматриваемая ФП будет открыта справа или слева (рис. 1.5), что позволит применять ее при описании таких нечетких понятий, как «очень большой», «крайне отрицательно» и т.д.

Описание дополнительной сигмоидной функции:

$$y = \text{dsigmf}(x, [a1 \ c1 \ a2 \ c2]).$$

ФП *dsigmf* зависит от четырех параметров $a1, c1, a2$ и $c2$ и определяется как разность двух сигмоидных функций: $f_1(x, a1, c1) - f_2(x, a2, c2)$.

Описание дополнительной сигмоидной функции:

$$y = \text{psigmf}(x, [a1 \ c1 \ a2 \ c2]).$$

ФП *psigmf* также как и предыдущая функция зависит от четырех параметров $a1, c1, a2$ и $c2$ и определяется как произведение двух сигмоидных функций: $f_1(x, a1, c1) \cdot f_2(x, a2, c2)$.

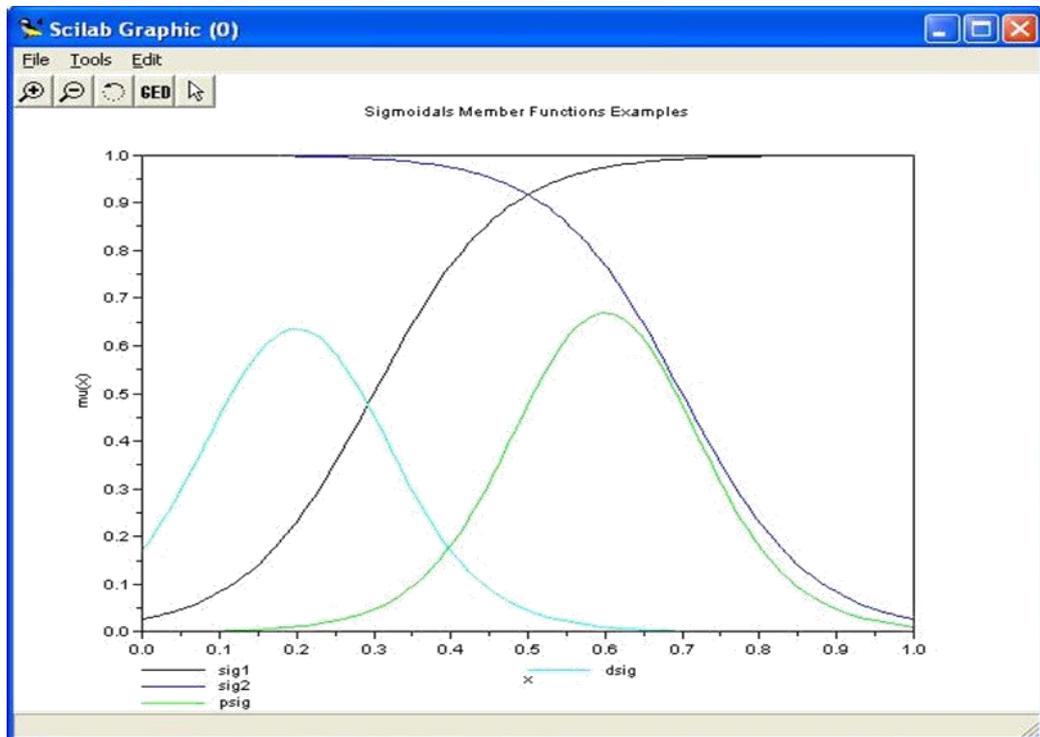


Рис. 1.5. Сигмоидные функции принадлежности

Пример 1.5. Программа использования сигмоидных функций

```

x=linspace(0,1,100)';
sig1=sigmf(x,[12 0.3]);
sig2=sigmf(x,[ -12 0.7]);

psig=psigmf(x,[15 0.5 -15 0.7]);
dsig=dsigmf(x,[15 0.1 15 0.3]);
xbascc();

```

```

plot2d(x,[sig1 sig2 psig dsig],leg="sig1@sig2@psig@dsig"); xtitle("Sigmoidals Member
Functions Examples","x","mu(x)");

```

Инструментарий нечеткой логики *SciFLT* предоставляет возможность формирования ФП на основе полиномиальных кривых. Соответствующие функции называются *Z*-функции (*zmf*), *PI*-функции (*pimf*) и *S*-функции (*smf*). Функция *zmf* представляет собой асимметричную полиномиальную кривую, открытую слева, функция *smf* – зеркальное отображение функции *zmf*. Функция *pimf* равна нулю в правом и левом пределах и принимает значение, равное единице в середине некоторого отрезка (рис. 1.6).

Описание функции:

$$y = zmf(x, [a b]).$$

Параметры a и b определяют экстремальные значения кривой.

Описание функции:

$$y = pimf(x, [a b c d]).$$

Параметры a и d задают переход функции в нулевое значение, параметры b и c – в единичное.

Описание функции:

$$y = smf(x, [a b]).$$

Параметры a и b определяют экстремальные значения кривой.

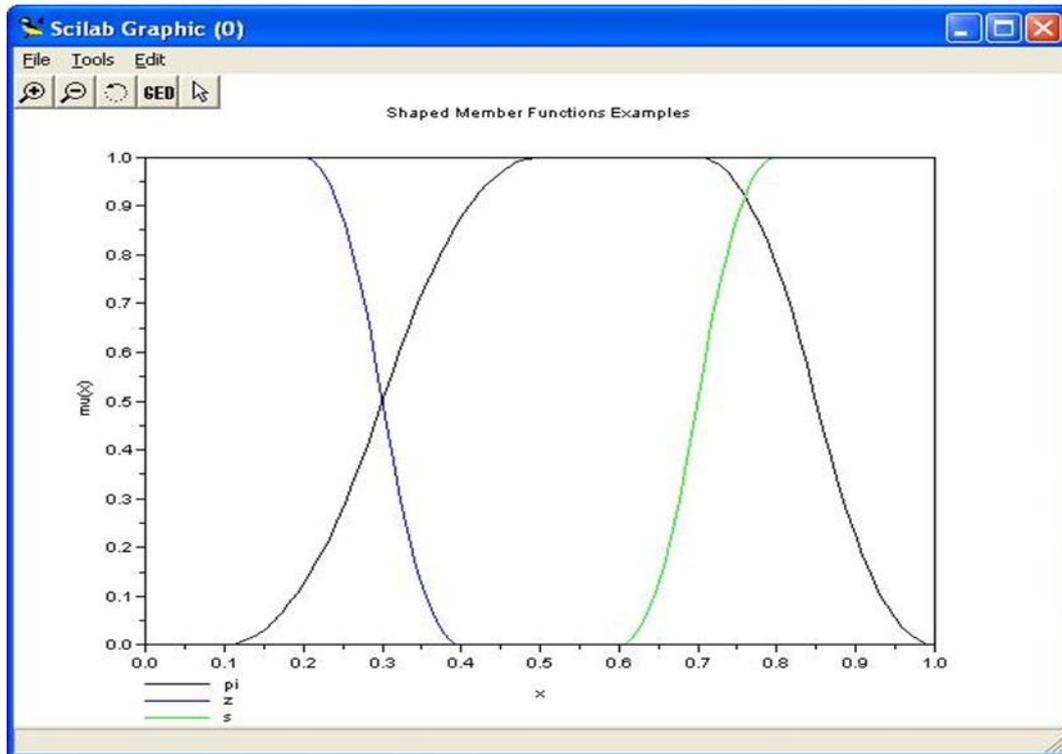


Рис. 1.6. Полиномиальные кривые

Пример 1.6. Программа использования полиномиальных кривых

```
x=linspace(0,1,100)';
pi=pimf(x,[0.1 0.5 0.7 1.0]);
z=zmf(x,[0.2 0.4]);
s=smf(x,[0.6 0.8]);
xbasc();
plot2d(x,[pi z s],leg="pi@z@s");
```

```
xtitle("Shaped Member Functions Examples","x","mu(x)");
```

Помимо рассмотренных выше функций, позволяющих представлять нечеткие множества, в *SciFLT* можно формировать собственные ФП или модифицировать встроенные.

Операции с нечеткими множествами в модуле SciFLT

Выделяют три основные логические операции с нечеткими множествами: конъюнкцию, дизъюнкцию и логическое отрицание.

модуле *SciFLT* существует возможность определять конъюнктивные и дизъюнктивные операторы различными методами.

Определение функции:

$y = \text{tnorm}(x, \text{class} [\text{class_par}])$,
 x – матрица, размерностью $[m,n]$.
 y – матрица, размерностью $[m,1]$.

class – строка, задает вид T-нормы. Может принимать следующие значения: «**dubois**» для T-норма Дюбуа- Прада, «**yager**» для T-норм Ягера, «**dprod**» для вероятностного И, «**eprod**» для произведения Энштейна, «**aproduct**» для алгебраического произведения и «**min**» для операции нахождения минимума.

class_par – скалярная величина, которая используется в T-нормах «**dubois**» и «**yager**».

Определение функции:

$y = \text{snorm}(x, \text{class} [\text{class_par}])$

x – матрица, размерностью $[m,n]$.

y – матрица, размерностью $[m,1]$.

class – строка, задает вид S-конормы. Может принимать следующие значения: «**dubois**» для S- конормы Дюбуа-Прада, «**yager**» для S-конормы Ягера, «**dsum**» для вероятностного ИЛИ, «**esum**» для суммы Энштейна, «**asum**» для алгебраической суммы и «**max**» для операции нахождения максимума.

class_par – скалярная величина, которая используется в S-конормах «**dubois**» и «**yager**»

Пример 1.7. Программа использования операций **min** и **max**

```
x=[0:0.1:10];
```

```
y1=gaussmf(x,[3 1.2]);
```

```
y2=gaussmf(x,[7 1]);
```

```
yy1=tnorm([y1 y2],'min');
```

```
yy2=snorm([y1 y2],'max');
```

```
yy3=tnorm([y1 y2],'dprod');
```

```
yy4=snorm([y1 y2],'dsum');
```

```
xbasc();
```

```
subplot(3,1,1);
```

```
plot2d(x,[y1 y2],leg='mf1@mf2',rect=[0 -0.1 10 1.1]); xtitle('Member Function Evaluation','x','mu(x)'); subplot(3,1,2);
```

```
plot2d(x,[yy1 yy3],leg='min@dprod',rect=[0 -0.1 10 1.1]); xtitle('AND OPERATION','x','and(mf1,mf2)'); subplot(3,1,3);
```

```
plot2d(x,[yy2 yy4],leg='max@dsum',rect=[0 -0.1 10 1.1]); xtitle('OR OPERATION','x','or(mf1,mf2)');
```

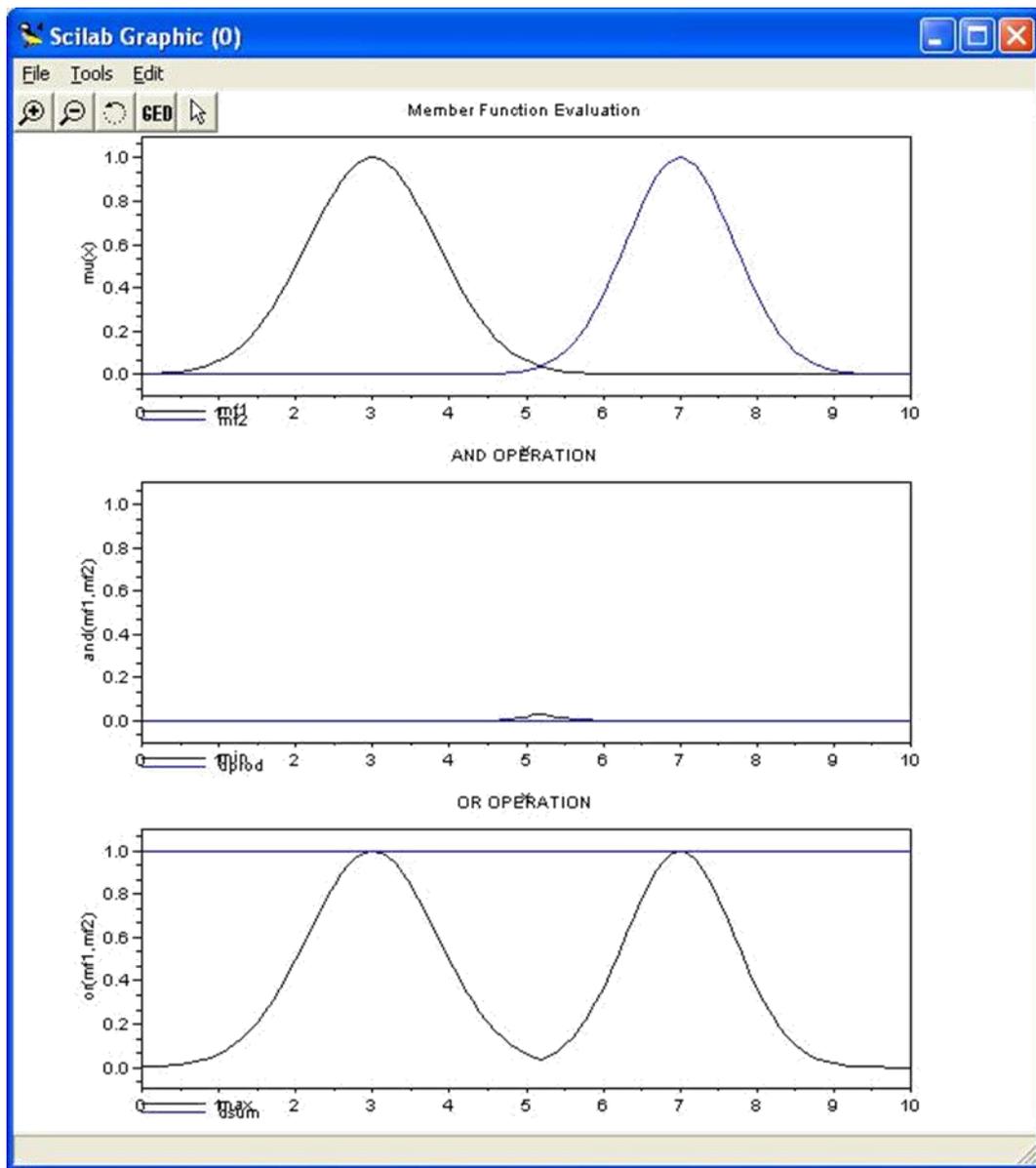


Рис. 1.7. Результаты работы программы из примера 1.7.

Минимаксная интерпретация является наиболее распространенной при построении нечетких систем. Тем не менее, на практике довольно часто используется альтернативная вероятностная интерпретация конъюнктивных и дизъюнктивных операторов.

Дополнение нечеткого множества есть не что иное, как математическое представление вербального выражения «НЕ А», где А – нечеткое множество, описывающее некоторое размытое суждение.

Описание функции дополнения:

$y = \text{complement}(x, \text{class} [, \text{class_par}])$, где x, y – матрицы, размерностью $[m, n]$.

class – строка, задает вид оператора дополнения. Может принимать следующие значения: «one» для обычного дополнения, «sugeno» для дополнения по формуле Сугено и «yager» для формулы Ягера.

`class_par` – скалярная величина, которая используется в S-конормах «`sugeno`» и «`yager`».

Пример 1.8. Программа использования операции дополнения

```
x=[0:0.1:10];
```

```
y1=gaussmf(x,[3 1.2]);
```

```
y2=complement(y1,'one');
```

```
xbasc();
```

```
plot2d(x,[y1 y2],leg='mf1@Not_mf1',rect=[0 -0.1 10 1.1]); xtitle('Member Function and  
Inverse','x','mu(x)');
```

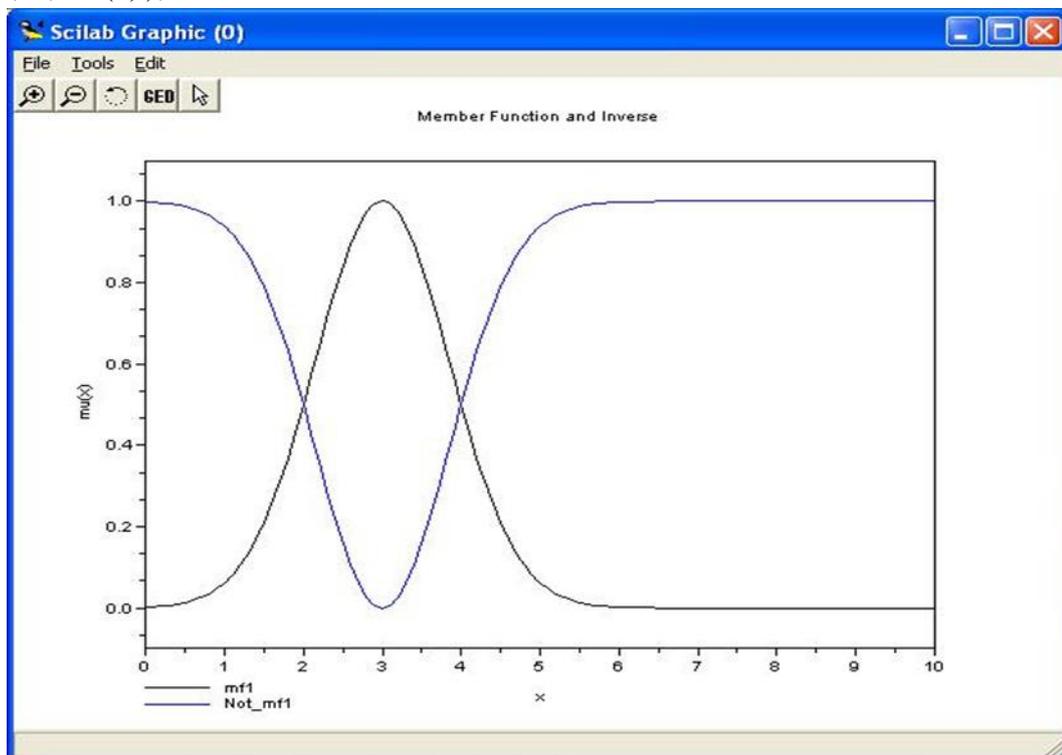


Рис.1.8. Функция дополнения

Контрольные вопросы

1. В чем особенность метода нечётких множеств?
2. Что задаёт характеристическая функция (функция принадлежности)?
3. В чем особенность нормальной характеристической функции (функции принадлежности)?
4. В чем общность и различие между вероятностными моделями и моделями нечётких множеств?

5. Каким образом может быть построена характеристическая функция (функция принадлежности)?
6. Какие операции могут быть применены к нечётким множествам?
7. В каких случаях может быть применён метод принятия решения на основе нечётких множеств?
8. Какими аналитическими функциями может быть описана характеристическая функция (функция принадлежности)?
9. Перечислите и охарактеризуйте типовые функции принадлежности нечётких множеств.
10. Что понимается под нечёткой моделью?

Рекомендуемая литература				
Основная литература				
Код	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Кол.
Л1.1	Бережная Е.В., Бережной В.И.	Методы и модели принятия управленческих ре	М.: ИНФРА-М, 2019. — 384 с.	Э1
Л1.2	Мушик Э., Мюллер П.	Методы принятия технических решений	М.: Мир, 1990 - 208 с.	Э2
Л1.3	Л.А. Демидова, В.В. Кираковский, А.Н. Пылькин	Принятие решений в условиях неопределенности / . -	М.: Гор. линия-Телеком, 2012. - 228 с.: ил.; 60x88 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9912-0224-4, 500 экз	Э3
Дополнительная литература				
Код	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Кол.
Л2.1	А.А. Башлыков, А.П. Еремеев.	Основы конструирования интеллектуальных систем поддержки принятия решений в атомной энергетике : учебник	М. : ИНФРА-М, 2018. — 351 с., [24] с. цв. ил. — (Высшее образование: Бакалавриат) с.	Э4
Л2.2	И.А. Хасаншин	Системы поддержки принятия решений в управлении региональным электронным правительством / . -	М.: Гор. линия-Телеком, 2013. - 104 с.: ил.; 60x88 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9912-0301-2, 500 экз	Э5
Л2.3	С.С. Семенов, А.В. Полтавский, В.В. Маклаков, Крянев А.В.	Анализ методов принятия решений при разработке сложных технических систем	ХII ВСЕРОССИЙСКОЕ СОВЕЩАНИЕ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ ВСПУ-2014 Москва 16-19 июня 2014 г. с.8101 - 8123	Э6
Методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся				
Код	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Кол.
Л3.1	В.С. Юкаева, Е. В. Зубарева, В. В. Чувикова	. Принятие управленческих решений В. -	М. : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К ^о », 2012. - 324 с. - ISBN 978-5-394-01084-2.	Э7
Л3.2	В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С. Федулов	Нечеткие модели и сети	М.: Гор. линия-Телеком, 2012. - 284 с.: ил.; 60x88 1/16. (обложка) ISBN 978-5-9912-0283-1, 200 экз	Э8
Л3.3	Кузнецов В.А., Черепяхин А.А.	Системный анализ, оптимизация и принятие решений: Учебник для студентов высших учебных заведений	М.: КУРС : ИНФРА-М, 2019. — 256 с.	Э9
Электронные образовательные ресурсы				
Э1	http://znanium.com/bookread2.php?book=661263			

Рекомендуемая литература	
1. Основная литература	
Э4	http://znanium.com/bookread2.php?book=795813
Э5	http://znanium.com/bookread2.php?book=414544
Э6	http://vspu2014.ipu.ru/proceedings/prcdngs/8101.pdf
Э7	http://znanium.com/bookread2.php?book=430348
Э8	http://znanium.com/bookread2.php?book=367553
Э9	http://znanium.com/bookread2.php?book=636142
6.3 Программное обеспечение	
П.1	MS Windows
П.2	Система визуального программирования Lazarus
П.3	Пакет программ для проведения тестирования по изученным темам
П.4	Пакет презентаций MS Power Point