

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ  
Северо-Кавказский филиал  
ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного бюджет-  
ного образовательного учреждения высшего образования  
«Московский технический университет связи и информатики»

Кафедра общенаучной подготовки

## **Высшая математика**

Методические указания по практическим занятиям

для студентов очной и заочной форм обучения

Направление подготовки – 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и  
системы связи»

Ростов-на-Дону

2019

Методические указания  
по практическим занятиям

по дисциплине  
Высшая математика

Составители: Костецкая Г.С. к.ф.-м.н., доцент,

Рассмотрены и одобрены  
на заседании кафедры Общенаучной подготовки  
Протокол от 26.08. 2019 г. № 1

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

### Предел функции. Элементарные способы раскрытия неопределенностей.

#### 1. Цели занятия:

Выработать умения и навыки работы с пределом функции, научить определять вид неопределенности и раскрывать её, познакомить с элементарными приемами раскрытия неопределенностей.

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с.73 –79, [2] с.23 – 24, 31 – 42; [3] с. 17 - 22; [4] с. 154 – 158.

#### 3.Задание:

Решить примеры: [3] №№ 181 – 215 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### 4. Порядок выполнения задания:

- 4.1. Записать определение предела функции.
- 4.2. Записать теорему о действии с пределами.
- 4.3. Повторить рецепты раскрытия неопределенностей.
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

#### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что называется пределом функции? Что такое правый (левый) предел?
- 5.2. Какие теоремы о действии с пределами вы знаете?
- 5.3. Как раскрыть неопределенность  $(\infty/\infty)$ ,  $(\infty - \infty)$ ,  $(0/0)$  ?
- 5.4. Что такое бесконечно малая функция и каковы ее свойства?
- 5.5. Что такое бесконечно большая функция и каковы ее свойства??
- 5.6. Какова геометрическая интерпретация предела функции?

#### 6. Отчет:

- 6.1. Определение предела функции.
- 6.2. Теорема о действии с пределами.
- 6.3. Решенные примеры.

#### 7. Список литературы:

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

### Раскрытие неопределенностей с помощью первого и второго замечательных пределов и их следствий.

#### 1. Цели занятия:

Познакомить студентов с первым и вторым замечательными пределами, а также со следствиями из них. Научить применять их к решению примеров.

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников [1] с.79 – 82, [3] с.22 – 26, а также [2] с.42 – 48.

#### 3. Задание:

Решить примеры: [3] с. 23 - 26 №№ 216 – 240, 241 – 262.

#### 4. Порядок выполнения:

- 4.1. Записать первый замечательный предел и следствия из него в форме эквивалентных функций.
- 4.2. Записать второй замечательный предел и следствия из него в форме эквивалентных функций.
- 4.3. Решить примеры, см. п.3.

#### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Как выглядит первый замечательный предел и какую неопределенность он раскрывает?
- 5.2. Какие следствия из первого замечательного предела вы знаете? Запишите их с помощью эквивалентных функций.
- 5.3. Как выглядит второй замечательный предел и какую неопределенность он раскрывает?
- 5.4. Какие следствия из второго замечательного предела вы знаете? Запишите их с помощью эквивалентных функций.
- 5.5. Какие функции называются эквивалентными?

#### 6. Отчет:

- 6.1. Первый замечательный предел.
- 6.2. Следствия из первого замечательного предела.
- 6.3. Второй замечательный предел.
- 6.4. Следствия из второго замечательного предела.
- 6.5. Определение эквивалентных функций.
- 6.6. Решенные примеры.

#### 7. Список литературы

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

### Непосредственное дифференцирование с помощью таблицы и правил.

#### 1. Цели занятия:

Научить студентов применять правила вычисления производной суммы, разности, произведения и частного, применять таблицу производной.

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников [1] с.104 – 115, [2] с.61 – 66, [4] с. 165 – 170, [5] с. 5 – 15.

#### 3. Задание:

Решить примеры: [5] с. 44 №№ 4, 5 (а - о), 6, 9, [3] с. 14 №№ 368 – 404, [4] с.177 №№ 767 – 874 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### 4. Порядок выполнения:

- 4.1. Записать правила вычисления производной суммы, разности, произведения, частного;
- 4.2. Записать таблицу производных.
- 4.3. Решить примеры, см. п.3.

#### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что называется производной функции?
- 5.2. Чему равна производная суммы, разности, произведения и частного?
- 5.3. Какой геометрический смысл производной?
- 5.4. Какой физический смысл производной функции?
- 5.5. Запишите таблицу производных.

#### 6. Отчет:

- 6.1. Определение производной функции.
- 6.2. Правила вычисления производной суммы, разности, произведения, частного.
- 6.3. Таблица производных.
- 6.4. Решенные примеры.

#### 7. Список литературы

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для вузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

### Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическое дифференцирование.

#### 1. Цели занятия:

Выработать умения находить производную сложной функции, функции, заданной в параметрической форме, степенно – показательной и неявно заданной функции, дать понятие о логарифмическом дифференцировании

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников [2] с.67, 73, [4] с. 170,174, [5] с. 24 – 29.

При нахождении производной **неявно заданной** функции использовать следующий алгоритм:

2.1. Найти производную от обеих частей равенства  $F(x, y) = 0$ , помня, что  $y = y(x)$ ;

2.2. Слагаемые, содержащие  $y'(x)$  перенести в одну сторону равенства, а не содержащие производную в другую;

2.3. Вынести  $y'(x)$  за скобку и выразить её.

При нахождении производной функции **степенно – показательной** функции использовать следующий алгоритм:

2.4. Прологарифмировать обе части равенства и воспользоваться свойством логарифмической функции  $\ln x = n \ln x$ .

2.5. Продифференцировать обе части равенства, пользуясь правилом вычисления производной неявно заданной функции.

#### 3. Задание:

Решить примеры: [3] с. 45 №№455 – 536 (выборочно, по указанию преподавателя); с. 54 №№ 582 – 597, 566 -- 580, 601 – 618, 692 – 696, 705 – 711;

#### 4.Порядок выполнения:

4.1. Записать теорему о производной сложной функции.

4.2. Записать формулы для вычисления производной параметрической функции.

4.3. Записать правило нахождения производной неявно заданной функции.

4.4. Записать правило нахождения производной степенно – показательной функции.

4.5. Решить примеры, см. п.3.

#### 5. Контрольные вопросы:

5.1. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.

5.2. Какой вид имеет формула производной функции, заданной в параметрической форме?

5.3. По какой формуле вычисляется дифференциал?

5.4. Чем отличается дифференциал от производной?

5.5.Какая функция называется степенно – показательной?

5.6. Как найти производную степенно – показательной функции?

#### 6. Отчет:

6.1. Теорема о производной сложной функции.

6.2. Формулы для вычисления производной параметрической функции.

6.3. Формула для вычисления дифференциала.

6.4. Решенные примеры.

#### 7. Список литературы:

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 5

### Производные и дифференциалы высших порядков.

#### 1. Цели занятия:

Выработать умения находить производные и дифференциалы высших порядков, научить вычислять пределы с помощью производной (правило Лопиталья).

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников [1] с.131- 135, [2] с.126,129, [5] с.25 – 29, [4] с.170, 174.

Применяя теорему Лопиталья, рекомендуется придерживаться следующего правила:

2.6. Определить вид неопределенности. Если имеется неопределенность  $(\infty/\infty)$  или  $(0/0)$ , то можно применять правило Лопиталья:  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{(f(x))'}{(g(x))'}$ . Если отношение производных тоже дает неопределенность  $(\infty/\infty)$  или  $(0/0)$ , то следует перейти к отношению вторых производных и т.д.

2.7. В случае неопределенности  $(0 \cdot \infty)$  или  $(\infty - \infty)$  следует преобразовать данную функцию так, чтобы привести её к неопределенности  $(\infty/\infty)$  или  $(0/0)$  и далее воспользоваться правилом Лопиталья.

2.8. В случае неопределенности вида  $(0^0)$  или  $(\infty^0)$  или  $(1^\infty)$  следует прологарифмировать данную функцию и найти предел её логарифма

#### 3. Задание:

Решить примеры: (3) с. 50 №№566 -- 580, 601 – 618, 692 – 696, 705 – 711;

#### 4.Порядок выполнения:

- 4.1. Записать формулы для вычисления производных высших порядков.
- 4.2. Записать формулы для вычисления дифференциалов высших порядков.
- 4.3. Записать правило Лопиталья и следствия из правила
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

#### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Как вводятся производные и дифференциалы высших порядков?
- 5.2. Какой вид имеет формулы для производных элементарных функций п-го порядка?
- 5.3. По какой формуле вычисляется дифференциал п-го порядка в случае независимого аргумента?
- 5.4. Формула Лейбница для вычисления производных высшего порядка.
- 5.5. Правило Лопиталья.

#### 6. Отчет:

- 6.1. Правило вычисления производных высших порядков.

- 6.2. Правило нахождения дифференциалов высших порядков.
- 6.3. Правило Лопиталя.
- 6.3. Решенные примеры.

## **7. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6**

### **Применение производной к исследованию функции и построению графика.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умение применять производную к исследованию функции: определять интервалы монотонности, находить экстремум функции, определять интервалы выпуклости, находить точки перегиба, строить график функции по результатам исследования. Выдать индивидуальное задание по графикам.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с.140- 150, [2] с. 86 – 95, [5] с. 49 – 74, а также [3] с. 77 – 92.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] с. 89 №№ 1031 – 1095 (выборочно, по указанию преподавателя), [3] с. 92 №№ 916 – 953.

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать достаточное условие возрастания (убывания) функции.
- 4.2. Записать необходимое и достаточное условия экстремума.
- 4.3. Записать достаточное условие выпуклости.
- 4.4. Записать необходимое и достаточное условие перегиба.
- 4.5. Записать определение вертикальной асимптоты.
- 4.6. Записать определение наклонной асимптоты.
- 4.7. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. В чем заключается достаточное условие возрастания (убывания) функции?
- 5.2. Какое необходимое и достаточное условия экстремума?
- 5.3. Как найти точки возможного экстремума?
- 5.4. Как формулируется достаточное условие выпуклости функции вверх (вниз)?
- 5.5. Какая точка называется точкой перегиба? Как её найти?
- 5.6. Что называется вертикальной асимптотой?



5.7. Что называется наклонной асимптотой? Как её найти?

#### **6. Отчет:**

- 6.1. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.
- 6.2. Необходимое и достаточное условия экстремума.
- 6.3. Необходимое и достаточное условие перегиба.
- 6.4. Решенные примеры.

#### **7. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

### **Практическое занятие № 7**

*Контрольная работа №1 по теме «Пределы. Производные».*

### **Практическое занятие № 8**

**Вычисление частных производных первого и второго порядков**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по нахождению области определения функции двух переменных, вычислению частных производных первого и второго порядков, а также производной по направлению и градиента. Показать применение градиента и его свойств.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 306 – 313, [4] с. 208 – 219, [3] с. 179 – 194;

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 1801 – 1827, 1833 – 1847, 1891 – 1919, 1857 – 1870; 1941 – 1962 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение функции двух переменных.
- 4.2. Записать определение линии уровня, частных производных первого порядка.
- 4.3. Записать определение частных производных второго порядка.
- 4.4. Записать определение градиента.
- 4.5. Записать определение производной по направлению и формулу для её вычисления.
- 4.6. Записать формулы для вычисления дифференциалов первого и второго порядков.
- 4.7. Решить примеры, см. п.3.

## **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Дайте определение функции двух переменных. Какой геометрический смысл функции двух переменных?
- 5.2. Какого определение линии уровня функции двух переменных?
- 5.3. Дайте определение частных производных первого порядка. Какое правило их вычисления?
- 5.4. Запишите формулу для вычисления дифференциала первого и второго порядка.
- 5.5. Как вычисляются частные производные второго порядка?
- 5.6. Дайте определение градиента функции двух переменных. Какой его геометрический смысл?
- 5.7. Какое определение производной по направлению функции двух переменных?
- 5.8. Какой физический смысл производной по направлению?
- 5.9. Запишите формулу для вычисления производной по направлению.
- 5.10. Какие свойства градиента вы знаете?

## **6. Отчет:**

- 6.1. Определение функции двух переменных.
- 6.2. Определение частных производных первого порядка.
- 6.3. Определение частных производных второго порядка.
- 6.4. Формулы для вычисления дифференциалов первого и второго порядков.
- 6.5. Определение градиента.
- 6.6. Определение производной по направлению и формула для её вычисления
- 6.7. Решенные примеры.

## **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для вузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Издательство «Питер». 2009.

## **Практическое занятие № 9**

### **Экстремум функции двух переменных.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по нахождения экстремума функции двух переменных.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 324 – 330, [4] с. 221 – 222, [3] с. 219 – 220; 200, [5] с. 39 – 43.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 2010 – 2016. (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать необходимое условие экстремума функции двух переменных.
- 4.2. Записать достаточное условие экстремума функции двух переменных.
- 4.3. Решить примеры, см. п.3.
- 4.4. Самостоятельная работа по теме «Функции многих переменных».

### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Дайте определение точки локального экстремума.
- 5.2. Сформулируйте необходимое условие экстремума функции двух переменных.
- 5.3. Сформулируйте достаточное условие экстремума функции двух переменных.

### **6. Отчет:**

- 6.1. Необходимое условие экстремума функции двух переменных.
- 6.2. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
- 6.3. Решенные примеры.

### **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для вузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
- [5] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.

## **Практическое занятие № 10**

### **Непосредственное интегрирование.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по применению таблицы интегралов, свойств интегралов для их непосредственного вычисления.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 145 – 153, [2] с. 96 – 100, [3] с. 100 – 102.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 1051–1190 (выборочно), [5] с. 12 №№ 1 – 20 (выборочно)

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение первообразной.
- 4.2. Записать определение неопределенного интеграла.
- 4.3. Записать свойства интегралов.
- 4.4. Записать таблицу интегралов.
- 4.5. Решить примеры, см. п.3.

### **5. Контрольные вопросы:**

- 3.1. Что такое первообразная функции? Сколько первообразных имеет функция  $f(x)$ ?
- 3.2. Что называется неопределенным интегралом?
- 3.3. Какие свойства неопределенного интеграла вы знаете?
- 3.4. В чем состоит метод поднесения под знак дифференциала?

### **6. Отчет:**

- 6.1. Определение первообразной.
- 6.2. Определение неопределенного интеграла.
- 6.3. Таблица интегралов.
- 6.4. Решенные примеры.

## 7. Список литературы:

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## Практическое занятие № 11

### Замена переменной и интегрирование по частям

#### 1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки по вычислению интегралов с помощью формулы замены переменной и интегрирования по частям.

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 153 - 156, [3] с. 107 - 115, [2] с. 100 – 105, а также [5] с. 3 – 35.

При замене переменной руководствоваться следующим правилом:

- 2.1. Выбрать замену так, чтобы полученный после замены интеграл был проще в вычислительном отношении (в простейшем случае табличным).
- 2.2. Продифференцировать обе части замены и выразить  $dx$ .
- 2.3. Выразить через новую переменную всю подынтегральную функцию.
- 2.4. Подставить под знак интеграла полученные выражения.
- 2.5. Вычислить полученный интеграл.
- 2.6. В ответе вернуться к старой переменной.

#### 3. Задание:

Решить примеры: [3] №№ 1191 -- 1210, №№ 1211 – 1235, 1255 – 1279, [5] с. 26 №1 – 40, №№ 21 – 40, с. 34 № 1 – 15 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### 4. Порядок выполнения:

- 4.1. Записать формулу замены переменной.
- 4.2. Решить примеры, см. п.3.

#### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Запишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
- 5.2. Как выбирается замена? Чем нужно руководствоваться при этом?
- 5.3. Как проверить правильность вычисления интеграла?
- 5.4. Какие замены применяются при вычислении интегралов вида  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ,  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ ,  $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$  ?

- 5.5. Как выглядит формула интегрирования по частям?  
5.6. Какие частные случаи формулы интегрирования по частям вы знаете?  
5.7. Как вычисляются круговые интегралы?

#### **6. Отчет:**

- 6.1. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.  
6.2. Правило замены переменной.  
6.3. Решенные примеры.

#### **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.  
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.  
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010  
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009  
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## **Практическое занятие № 12**

### **Интегрирование рациональных функций.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по разложению дроби на простейшие, познакомить с методом неопределенных коэффициентов.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с 157, [5] с. 36 -- 44, [3] с. 116 – 118, а также [4]) с. 235 – 245. Обратит внимание на алгоритм вычисления интеграла от рациональной дроби:

- 2.1. Выяснить правильная дробь или нет. В случае неправильной дроби выделить целую часть, деля числитель на знаменатель.
- 2.2. Найти корни знаменателя и разложить его на множители.
- 2.3. Разложить дробь на простейшие,
- 2.4. найти неизвестные коэффициенты для чего
  - 2.4.1. привести в правой части к общему знаменателю (он всегда равен знаменателю левой части);
  - 2.4.2. приравнять числители;
  - 2.4.3. подставить в полученное равенство вместо  $x$  корни знаменателя и найти все (или часть) коэффициентов;
  - 2.4.4. оставшиеся неизвестные коэффициенты найти, приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $x$  в левой и правой частях равенства;
- 2.5. Подставить найденные коэффициенты в разложение дроби на простейшие и проинтегрировать, используя табличные интегралы от простейших дробей.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 1405 – 1417, [3] № 1280 - 1294, [5] с. 45 № 1 - 20. (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4.Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать правила разложения дроби на простейшие дроби.
- 4.2. Записать метод неопределенных коэффициентов.
- 4.3. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Какая рациональная дробь называется правильной?
- 5.2. Каков алгоритм разложения правильной рациональной дроби на простейшие?
- 5.3. Чему равны интегралы от простейших дробей?
- 5.4. Какие способы нахождения неизвестных коэффициентов вы знаете?
- 5.5. Как выделить полный квадрат в выражении  $(ax^2 + bx + c)$ ?
- 5.6. Как выглядит интеграл от квадратного трехчлена?

#### **6. Отчет:**

- 6.1. Правила разложения дроби на простейшие дроби
- 6.2. Три типа простейших дробей.
- 6.3. Метод неопределенных коэффициентов.
- 6.4. Решенные примеры.

#### **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## **Практическое занятие № 13**

### **Интегрирование тригонометрических, иррациональных и гиперболических функций.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по вычислению неопределенных интегралов от тригонометрических функций и интегралов от иррациональных функций.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с.160-166, [5] с. 47 -- 58, [4] с. 246 – 249, 251 – 257, [3] с. 121.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 1315 – 1331, 1338 – 1377 (выборочно); [5] с.58 №№ 1 – 20.

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать универсальную тригонометрическую подстановку.
- 4.2. Записать формулы понижения степени.
- 4.3. Решить примеры, см. п.3.

## **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Какая основная идея вычисления интегралов от тригонометрических функций и интегралов от иррациональных функций?
- 5.2. Какова универсальная тригонометрическая подстановка?
- 5.3. В каких случаях можно обойтись без универсальной тригонометрической подстановки?
- 5.4. Какие замены применяются при вычислении интегралов вида  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ,  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ ,  $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$

## **6. Отчет:**

- 6.1. Универсальная тригонометрическая подстановка.
- 6.2. Формулы понижения степени.
- 6.3. Решенные примеры.

## **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## **Практическое занятие № 14**

### **Вычисление определенного интеграла с помощью замены переменной и интегрирования по частям.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по вычислению определенных интегралов с помощью формулы Ньютона – Лейбница. Научить применять формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 172 – 184, [5] с. 4 -- 13, [4] с. 260 – 263, [3] с. 144 – 146; [2] с. 126 – 135.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 1521 – 1540, 1582 – 1590, 1599 – 1602 (выборочно); [4] №№ 1526 – 1539.

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение определенного интеграла.
- 4.2. Записать формулу Ньютона – Лейбница.
- 4.3. Записать формулу замены переменной.
- 4.4. Записать формулу интегрирования по частям.
- 4.5. Решить примеры, см. п.3.

## **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Какого определение определенного интеграла?
- 5.2. Какие свойства определенного интеграла вы знаете?
- 5.3. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
- 5.4. Запишите формулу замены переменной в определенном интеграле?
- 5.5. Как выглядит формула интегрирования по частям в определенном интеграле ?

## **6. Отчет:**

- 6.1. Определение определенного интеграла.
- 6.2. Формула Ньютона – Лейбница.
- 6.3. Формула замены переменной.
- 6.4. Формула интегрирования по частям.
- 6.5. Решенные примеры.

## **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Математический анализ. Определенный интеграл. Практикум. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , 2012.

## **Практическое занятие № 15**

### **Вычисление и исследование на сходимость несобственных интегралов.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по вычислению несобственных интегралов и определения их сходимости.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 185 -- 189, [5] с. 20 -- 29, [4] с. 264 – 268, [3] с. 140 – 142; [2] с. 126 – 135.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 1546 – 1566 (выборочно); [4] №№ 1559 – 1565, [5] с. 29 № 1 -12.

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение несобственного интеграла первого рода.
- 4.2. Записать определение несобственного интеграла второго рода.
- 4.3. Записать признаки сходимости.
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Какого определение несобственного интеграла первого рода?
- 5.2. Когда несобственный интеграл первого рода сходится?
- 5.3. Какого определение несобственного интеграла второго рода?



- 5.4. Когда несобственный интеграл второго рода сходится?  
5.5. Какие признаки сходимости несобственных интегралов вы знаете?

**6. Отчет:**

- 6.1. Определение несобственного интеграла первого рода.  
6.2. Определение несобственного интеграла второго рода  
6.3. Признаки сходимости.  
6.4. Решенные примеры.

**7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.  
[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.  
[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010  
[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009  
[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Математический анализ. Несобственный интеграл. Практикум. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ, 2012.

## **Практическое занятие № 16**

### **Вычисление двойных интегралов, перемена порядка интегрирования.**

**1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по вычислению двойного интеграла, научить расставлять пределы интегрирования в обоих порядков, менять порядок интегрирования.

**2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 351 – 358, [4] с. 3 – 9, [3] с. 251– 253; [2] с. 3 – 13, [5] с. 4 – 13.

**3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 2175 – 2202, [2] с. 32 №№ 1 – 8, [4] № 6 – 22, [5] с. 35 – 37 (выборочно, по указанию преподавателя).

**4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение и геометрический смысл двойного интеграла  
4.2. Записать достаточное условие интегрируемости функции двух переменных.  
4.3. Записать правило вычисления двойного интеграла.  
4.4. Записать формулу вычисления площади плоской области.  
4.5. Записать формулу вычисления объема с помощью двойного интеграла.  
4.6. Решить примеры, см. п.3.

**5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Дайте определение и геометрический смысл двойного интеграла.  
5.2. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости.  
5.3. Сформулируйте достаточное условие интегрируемости.  
5.4. Как вычислять двойной интеграл? Сформулируйте правило.  
5.5. Записать общую формулу замены переменных в двойном интеграле.

5.6. Записать формулу замены переменных в двойном интеграле в полярных координатах.

#### **6. Отчет:**

- 6.1. Определение и геометрический смысл двойного интеграла.
- 6.2. Достаточное условие интегрируемости функции двух переменных.
- 6.3. Правило вычисления двойного интеграла.
- 6.4. Решенные примеры.

#### **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 153с., 2002.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
- [5] Докучаев С.А., Костецкая Г.С. Практикум по интегральному исчислению функции многих переменных. Учебное пособие. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 60с., 2019.

### **Практическое занятие № 17**

#### **Вычисление площадей плоских фигур и объемов цилиндрических тел с помощью двойного интеграла.**

##### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по вычислению площадей и объемов двойным интегралом.

##### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 351 – 358, [4] с. 3 – 9, [3] с. 251 – 253; [2] с. 3 – 13.

##### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 2175 – 2202, [5] с. 38 – 39 (выборочно, по указанию преподавателя).

##### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение и геометрический смысл двойного интеграла
- 4.2. Записать
- 4.3. Записать формулу вычисления объема с помощью двойного интеграла.
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

##### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Какой геометрический смысл двойного интеграла?
- 5.2. Какой вид имеет формула вычисления площади в полярных координатах?
- 5.3. Сформулируйте достаточное условие интегрируемости.
- 5.4. Как вычислять двойной интеграл? Сформулируйте правило.
- 5.5. Какая формула вычисления объема с помощью двойного интеграла.

##### **6. Отчет:**

- 6.1. Геометрический смысл двойного интеграла.

- 6.2. Формула вычисления площади плоской области.
- 6.3. Формула вычисления объема с помощью двойного интеграла.
- 6.4. Решенные примеры.

#### **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 153с., 2002.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
- [5] Докучаев С.А., Костецкая Г.С. Практикум по интегральному исчислению функции многих переменных. Учебное пособие. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 60с., 2019.

## **Практическое занятие № 18**

### **Контрольная работа №2 по теме «Интегрирование».**

Контрольная работа №2(темы, выносимые на контрольную работу)

- 1. Замена переменной.
- 2. Интегрирование по частям.
- 3. Интегрирование рациональной функции.
- 4. Интегрирование иррациональных выражений.
- 5. Интегрирование тригонометрических функций.
- 6. Перемена порядка интегрирования.
- 7. Геометрические приложения двойного интеграла.

## **Второй семестр**

## **Практическое занятие № 19**

### **Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными и сводящихся к ним.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по решению дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными и однородных уравнений.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 506 – 508, [2] с. 46 - 56, [4] с. 105 – 108, [3] с. 324 – 325.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 481 – 492, [3] №№ 2742 – 2754, (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.
- 4.2. Записать определение решения, общего решения.
- 4.3. Записать определение общего и частного интегралов, начального условия и задачи Коши.
- 4.4. Записать общий вид уравнений с разделяющимися переменными и повторить алгоритм их решения.
- 4.5. Записать общий вид уравнений сводимых к уравнению с разделяющимися переменными и повторить алгоритм их решения.
- 4.6. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Записать определение дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.
- 5.2. Записать определение решения, общего решения.
- 5.3. Записать определение общего и частного интегралов, начального условия и задачи Коши.
- 5.4. Записать общий вид уравнений с разделяющимися переменными и повторить алгоритм их решения.
- 5.5. Записать общий вид однородных уравнений и повторить алгоритм их решения.

#### **6. Отчет:**

- 6.1. Определение дифференциального уравнения первого порядка, порядка уравнения.
- 6.2. Определение общего решения, частного решения.
- 6.3. Определение начального условия, задачи Коши для Д.У. первого порядка.
- 6.4. Уравнение с разделяющимися переменными.
- 6.5. Решенные примеры.

#### **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## **Практическое занятие № 20**

### **Решение однородных дифференциальных уравнений и к ним сводящихся.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по решению однородных дифференциальных уравнений и сводящихся к ним.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 506 – 508, [2] с. 46 - 56, [4] с. 110 – 112, [3] с. 324 – 325.

### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 516 – 529, [3] №№ 2768 – 2778. (выборочно, по указанию преподавателя).

### **4. Порядок выполнения:**

4.1. Записать определение дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.

4.2. Записать определение решения, общего решения.

4.3. Записать определение общего и частного интегралов, начального условия и задачи Коши.

4.4. Записать общий вид однородного уравнения и вид его общего решения.

4.5. Записать общий вид уравнений сводимых к однородному уравнению.

4.6. Методы решения уравнений, сводимых к однородному.

4.7. Решить примеры, см. п.3

### **5. Контрольные вопросы:**

5.1. Записать определение решения, общего решения.

5.2. Записать определение общего и частного интегралов, начального условия и задачи Коши.

5.3. Записать общий вид однородных уравнений и повторить алгоритм их решения.

5.4. Записать общий вид уравнений сводимых к однородному уравнению и повторить алгоритм их решения.

### **6. Отчет:**

6.1. Определение дифференциального уравнения первого порядка, порядка уравнения.

6.2. Определение общего решения, частного решения.

6.3. Определение начального условия, задачи Коши для Д.У. первого порядка.

6.4. Определение однородного уравнения. Метод решения.

6.5. Уравнение, сводимое к однородному уравнению.

6.6. Решенные примеры.

### **7. Список литературы:**

[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.

[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.

[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## **Практическое занятие № 21**

**Решение линейных дифференциальных уравнений, уравнения Бернулли. Решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах.**

### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по решению линейных дифференциальных уравнений, уравнений Бернулли, уравнений в полных дифференциалах.

## **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 417 – 423, [2] с. 58 - 63, [4] с. 114 – 122, [3] с. 329 – 334.

## **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 541 – 556, 569 – 590, [3] №№ 2785 – 2795, 2802 – 2807, 2834 – 2885 [1] с. 435 - 443, (выборочно, по указанию преподавателя).

## **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать общий вид линейного уравнения и вид его общего решения.
- 4.2. Записать определение решения, общего решения.
- 4.3. Записать уравнение Бернулли.
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

## **5. Контрольные вопросы:.**

- 5.1. Записать общий вид линейного уравнения и вид его общего решения.
- 5.2. Записать определение решения, общего решения.
- 5.3. Записать уравнение Бернулли.
- 5.4. Записать определение дифференциального уравнения в полных дифференциалах.
- 5.5. Записать необходимое и достаточное условие, чтобы уравнение было уравнением в полных дифференциалах.

## **6. Отчет:**

- 6.1. Определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
- 6.2. Замена для решения линейного дифференциального уравнения.
- 6.3. Определение уравнения Бернулли.
- 6.4. Решенные примеры.

## **7. Список литературы**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## **Практическое занятие № 22**

### **Решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по сведению дифференциальных уравнений второго порядка к уравнению первого порядка. Показать, в каких случаях можно понизить порядок дифференциального уравнения.

## **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [2] с. 63 - 68, [4] гл. 4 с. 126 – 130, [3] с. 343 – 345.

## **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 610 – 614, 617 – 621, 524 – 630, [3] №№ 2911 – 2953 (выборочно, по указанию преподавателя).

## **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение дифференциального уравнения высшего порядка.
- 4.2. Записать определение решения, общего решения. общего и частного интегралов, начальных условий и задачи Коши.
- 4.3. Записать определение общего и частного интегралов, начальных условий и задачи Коши.
- 4.4. Записать общий вид уравнений, в которых можно понизить порядок и привести алгоритм их решения.
- 4.5. Решить примеры, см. п.3.

## **5. Отчет:**

- 5.1. Определение дифференциального уравнения высшего порядка.
- 5.2. Общее решение, частное решение.
- 5.3. Начальное условие, задача Коши для Д.У. второго порядка.
- 5.4. Случаи понижения порядка дифференциального уравнения.
- 5.5. Решенные примеры.

## **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для вузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## **Практическое занятие № 23**

### **Решение ЛОДУ высших порядков с постоянными коэффициентами.**

## **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по решению линейных однородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.

## **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 435 - 443, [2] с. 69 - 76, [4] гл. 4 с. 135 – 137, [3] с. 347 – 350.

## **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 660 – 673, [3] №№ 2976 – 2993 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение линейного однородного дифференциального уравнения (ЛОДУ) высших порядков с постоянными коэффициентами.
- 4.2. Записать характеристическое уравнение.
- 4.3. Записать теорему о структуре общего решения ЛОДУ.
- 4.4. Записать частные случаи корней характеристического уравнения и соответствующие им общие решения ЛОДУ.
- 4.5. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Отчет:**

- 5.1. Определение ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
- 5.2. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ.
- 5.3. Характеристическое уравнение.
- 5.4. Частные случаи корней характеристического уравнения.
- 5.5. Решенные примеры.

#### **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

### **Практические занятия № 24, 25.**

#### **Решение ЛНДУ высших порядков с постоянными коэффициентами и квазимногочленом в правой части.**

##### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по решению линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами (ЛНДУ).

##### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 444 - 449, [2] с. 76 - 83, [4] гл. 4 с. 139 – 143, [3] с. 347 – 352.

##### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 684 – 701, [3] №№ 2995 – 3030 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение квазимногочлена.
- 4.2. Записать определение линейного неоднородного дифференциального уравнения (ЛНДУ) высших порядков с постоянными коэффициентами.
- 4.3. Записать теорему о структуре общего решения ЛНДУ.



- 4.4. Записать вид частного решения ЛНДУ с квазимногочленом в правой части.
- 4.5. Записать принцип наложения решений (суперпозиции).
- 4.6. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Отчет:**

- 5.1. Определение ЛНДУ с постоянными коэффициентами.
- 5.2. Вид частного решения ЛНДУ.
- 5.3. Теорема о структуре общего решения ЛНДУ.
- 5.4. Вид квазимногочлена.
- 5.5. Принцип наложения решений (суперпозиции).
- 5.6. Метод подбора решения по правой части.
- 5.7. Решенные примеры.

#### **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

## **Практическое занятие № 26**

### **Решение ЛНДУ второго порядка методом вариации произвольных постоянных**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по решению линейных неоднородных дифференциальных уравнений высших порядков методом вариации произвольных постоянных.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [2] с. 76 - 83, [4] гл. 4 с. 137 – 138, 144 – 145, [3] с. 347 – 348.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 705 – 708, [3] №№ 3032 – 3038.

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать метод вариации произвольных постоянных
- 4.2. Записать вид общего решения ЛНДУ.
- 4.3. Записать систему уравнений для нахождения произвольных постоянных.
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Метод вариации произвольных постоянных.
- 5.2. Вид общего решения ЛНДУ.
- 5.3. Систему уравнений для нахождения произвольных постоянных.
- 5.4. Решенные примеры.

#### **6. Список литературы:**

- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.

[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

## **Практическое занятие № 27**

### **Контрольная работа №3 по теме «Дифференциальные уравнения».**

Контрольная работа №3 (темы, выносимые на контрольную работу):

1. Уравнение с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Линейное уравнение
4. ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
5. ЛНДУ с квазимногочленом.
6. Записать вид частного решения.
7. Метод вариации произвольных постоянных.

## **Практическое занятие № 28**

### **Проверка необходимого условия сходимости. Применение признаков сравнения.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакоположительных рядов. Познакомить с признаками сравнения и научить их применять на практике.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 379 – 389, [2] с. 91 - 99, [4] гл. 3 с. 56 – 61, [3] с. 288 – 290.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 273 – 286, [3] №№ 2401 – 2426. (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определения числового ряда, частичной суммы, сходящегося ряда.
- 4.2. Записать свойства числовых рядов.
- 4.3. Записать необходимое условие сходимости, необходимое и достаточное условие сходимости.
- 4.4. Записать признаки сравнения.
- 4.5. Записать «модельные» ряды: геометрическую прогрессию и ряд Дирихле.
- 4.6. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Числовой ряд.
- 5.2.  $n$ -я частичная сумма ряда, остаток.
- 5.3. Определение сходящегося (расходящегося) ряда.
- 5.4. Необходимое условие сходимости ряда. Верно ли обратное утверждение?
- 5.5. Необходимое и достаточное условие сходимости.

5.6. Первый признак сравнения.

5.7. Второй признак сравнения.

5.8. Модельные ряды.

5.9. Решенные примеры.

#### **6. Список литературы:**

[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012

[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.

[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

## **Практическое занятие № 29**

### **Применение признака Даламбера и радикального признака Коши. Применение интегрального признака Коши.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакоположительных рядов. Познакомить с признаками Даламбера, Коши, с интегральным признаком Коши и научить их применять на практике.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 379 – 389, [2] с. 100 - 103, [4] гл. 3 с. 61 – 62, [3] с. 290 – 291.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 287 – 292, [3] №№ 2427 – 2467 (выборочно, по рекомендации преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

4.1. Записать признак Даламбера.

4.2. Записать признак Коши.

4.3. Записать интегральный признак Коши.

4.4. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Отчет:**

5.1. Признак Даламбера.

5.2. Признак Коши.

5.3. Интегральный признак Коши.

5.4. Решенные примеры.

#### **6. Список литературы:**

[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012

[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.

[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

## **Практическое занятие № 30**

### **Применение признака Лейбница.**

#### **Исследование сходимости знакочередующихся рядов.**

##### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакочередующихся рядов. Научить пользоваться признаком Лейбница.

##### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 389 – 391, [2] с. 103 - 106, [4] гл. 3 с. 57 – 63, [3] с. 291 - 292.

##### **3. Задание:**

Решить примеры: [2] №№ 293 – 313, [3] №№ 2470 – 2482 (выборочно, по рекомендации преподавателя).

##### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение знакопеременного ряда.
- 4.2. Записать определение абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.
- 4.3. Записать определение знакочередующегося ряда.
- 4.4. Записать признак Лейбница.
- 4.5. Записать схему исследования знакопеременного ряда на сходимость
- 4.6. Решить примеры, см. п.3.

##### **5. Отчет:**

- 5.1. Определение знакопеременного ряда.
- 5.2. Определение абсолютно (условно) сходящегося ряда.
- 5.3. Знакочередующийся ряд, признак Лейбница.
- 5.4. Схема исследования знакопеременного ряда на сходимость.
- 5.5. Решенные примеры.

##### **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

## **Практическое занятие № 31**

#### **Исследование сходимости степенных рядов.**

##### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по исследованию сходимости степенных рядов. Научить находить область сходимости и исследовать сходимость на концах.

## **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 391 – 400, [2] с. 103 - 106, [4] гл. 3 с. 71 – 75, [3] с. 300 - 302.

## **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 346 – 355, [3] №№ 2526 – 2563 (выборочно, по рекомендации преподавателя).

## **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение степенного ряда.
- 4.2. Записать теорему об области сходимости.
- 4.3. Записать определение радиуса сходимости степенного ряда и привести формулы для его вычисления.
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

## **5. Отчет:**

- 5.1. Определение степенного ряда.
- 5.2. Область сходимости степенного ряда.
- 5.3. Определение радиуса сходимости степенного ряда.
- 5.4. Формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда.
- 5.5. Схема исследования степенного ряда на сходимость?
- 5.6. Решенные примеры.

## **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

# **Практическое занятие № 32**

## **Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.**

### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по разложению функции в степенные ряды. Познакомить с рядами Тейлора и стандартными разложениями в ряды Тейлора. Научить находить область сходимости.

### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 391 – 401, [2] с. 103 - 106, [4] гл. 3 с. 76 – 78, [3] с. 307 - 309.

### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 365 – 371, [3] №№ 2587 – 2615 (выборочно, по рекомендации преподавателя).

### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать теорему о необходимом и достаточном условии разложимости функции в степенной ряд.
- 4.2. Записать свойства суммы степенного ряда.
- 4.3. Записать стандартные разложения в ряд Тейлора.
- 4.4. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Отчет:**

- 5.1. Определение ряда Тейлора.
- 5.2. Необходимое и достаточное условия разложимости функции в ряд Тейлора.
- 5.3. Стандартные разложения в ряд Тейлора.
- 5.4. Решенные примеры.

#### **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

### **Практическое занятие №33. Разложение функций в полный ряд Фурье.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по разложению функции в ряд Фурье.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 410 – 415, [2] с. 116 - 123, [4] гл. 3 с. 93 – 104, [3] с. 315 - 316.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 456 – 467, [3] №№ 2671 – 2679, 2686 – 2692.

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать теорему Дирихле.
- 4.2. Записать тригонометрический ряд Фурье.
- 4.3. Записать формулы для вычисления коэффициентов.
- 4.4. Записать ряд Фурье для четных (нечетных) функций.
- 4.5. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Отчет:**

- 5.1. Тригонометрический ряд Фурье.
- 5.2. Формулы для вычисления коэффициентов.
- 5.3. Ряд Фурье для четных (нечетных) функций. Запишите формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.
- 5.4. Формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.
- 5.5. Сформулируйте теорему Дирихле.
- 5.6. Значение суммы ряда в точке непрерывности, точке разрыва функции, на концах отрезка.
- 5.7. Решенные примеры.

## **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

## **Практическое занятие №34.**

### **Разложение функций в ряды косинусов и ряды синусов.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по разложению функции в ряд Фурье только по косинусам (синусам) кратных дуг.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 410 – 415, [5] с. 24 – 34.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: (4) №№ 465 – 467, (3) №№ 2686 – 2703.

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать теорему Дирихле.
- 4.2. Записать тригонометрический ряд Фурье.
- 4.3. Изложить схему продолжения функции четным или нечетным образом на  $(-l, 0)$ .
- 4.3. Записать формулы для вычисления коэффициентов.
- 4.4. Записать ряд Фурье для четных (нечетных) функций.
- 4.5. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Отчет:**

- 5.1. Тригонометрический ряд Фурье.
- 5.2. Формулы для вычисления коэффициентов.
- 5.3. Ряд Фурье для четных (нечетных) функций. Запишите формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.
- 5.4. Формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.
- 5.5. Сформулируйте теорему Дирихле.
- 5.6. Значение суммы ряда в точке непрерывности, точке разрыва функции, на концах отрезка.
- 5.7. Решенные примеры.

## **6. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.
- [5] Гаврилова Р.М., Костецкая Г.С. Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 49с., 2009.

## Практическое занятие №35.

### Интеграл Фурье.

#### 1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки по применению рядов Фурье и интеграла Фурье.

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 414 – 417, [3] с. 40 – 49, [2] гл. 3 с. 101 – 104.

#### 3. Задание:

Решить примеры: [2] №№ 468 – 473.

#### 4. Порядок выполнения:

4.1. Записать интеграл Фурье.

4.2. Записать интеграл Фурье для четных (нечетных) функций.

4.3. Записать интеграл Фурье в комплексной форме.

4.4. Записать спектральную плотность.

4.5. Применение ряда Фурье и интеграла Фурье для спектрального разложения периодических и непериодических сигналов, для вычисления спектральной плотности.

#### 5. Отчет:

5.1. Интеграл Фурье.

5.2. Формулы для вычисления коэффициентов.

5.3. Интеграл Фурье для четных (нечетных) функций. Запишите формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.

5.4. Формулы для вычисления коэффициентов в этом случае.

5.5. Интеграл Фурье в комплексной форме.

5.6. Спектральную плотность.

5.7. Решенные примеры.

#### 6. Список литературы:

[1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.

[2] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.

[3] Гаврилова Р.М., Костецкая Г.С. Ряды Фурье. Интеграл Фурье. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 49с., 2009.

## Практическое занятие № 36

### Контрольная работа №4 по теме «Ряды».

Контрольная работа №4 (темы, выносимые на контрольную работу):

1. Знакопеременный ряд.
2. Степенные ряды.
3. Признак Даламбера.
4. Признак Коши.
5. Интегральный признак Коши.
6. Разложение функции в полный ряд Фурье.



# Заочная форма обучения.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

**Элементарные способы раскрытия неопределенностей. Раскрытие неопределенностей с помощью первого и второго замечательных пределов. Исследование функций на непрерывность.**

### 1. Цели занятия:

Выработать умения и навыки работы с пределом функции, научить определять вид неопределенности и раскрывать её, познакомить с элементарными приемами раскрытия неопределенностей, с первым и вторым замечательными пределами, а также со следствиями из них. Научить применять их к решению примеров. Научить студентов исследовать функцию на непрерывность, находить точки разрыва и определять их тип.

### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с.73 –79, [2] с.23 – 24, 31 – 53; [3] с. 17 – 26, 31 – 34; [4] с. 154 – 158.

### 3.Задание:

Решить примеры: [3] №№ 181 – 215, 216 – 240, 317 – 330 (выборочно, по указанию преподавателя).

### 4. Порядок выполнения задания:

- 4.1. Записать определение предела функции.
- 4.2. Записать теорему о действии с пределами.
- 4.3. Повторить рецепты раскрытия неопределенностей.
- 4.4. Записать первый замечательный предел и следствия из него.
- 4.5. Записать второй замечательный предел и следствия из него.
- 4.6. Записать условие непрерывности.
- 4.7. Привести классификацию точек разрыва (устранимый, разрыв первого рода, разрыв второго рода).
- 4.8. Решить примеры, см. п.3.

### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что называется пределом функции? Что такое правый (левый) предел?
- 5.2. Какие теоремы о действии с пределами вы знаете?
- 5.3. Как раскрыть неопределенность  $(\infty/\infty)$ ,  $(\infty - \infty)$ ,  $(0/0)$  ?
- 5.4. Как выглядит первый замечательный предел и какую неопределенность он раскрывает?
- 5.5. Какие следствия из первого замечательного предела вы знаете?
- 5.6. Как выглядит второй замечательный предел и какую неопределенность он раскрывает?
- 5.7. Какие следствия из второго замечательного предела вы знаете?
- 5.8. Какая функция называется непрерывной в точке?
- 5.9. Сформулируйте необходимое и достаточное условие непрерывности.
- 5.10. Какая точка называется точкой разрыва первого рода? Чему равен скачок в точке разрыва?
- 5.11. Какая точка называется точкой разрыва второго рода?
- 5.12. Какая точка называется точкой устранимого разрыва? Чему равен скачок в точке разрыва?

### 6. Отчет:

- 6.1. Определение предела функции.
- 6.2. Теорема о действии с пределами.

- 6.3. Первый замечательный предел. Следствия из него.
- 6.4. Второй замечательный предел. Следствия из него.
- 6.5. Условие непрерывности.
- 6.6. Классификацию точек разрыва.
- 6.7. Решенные примеры.

## 7. Список литературы:

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2, 3.

**Непосредственное дифференцирование с помощью таблицы и правил. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическое дифференцирование.**

### 1. Цели занятия:

Научить студентов применять правила вычисления производной суммы, разности, произведения и частного, применять таблицу производной. Выработать умения и навыки вычисления производной сложной функции, а также научить вычислять производную функции, заданной в параметрической форме. Выработать умения находить производную степенно – показательной и неявно заданной функции.

### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников [1] с.104 – 115, [2] с.61 – 66, [4] с. 165 – 177, [5] с. 5 – 15, 24 – 29.

При нахождении производной **неявно заданной** функции использовать следующий алгоритм:

- 2.1. Найти производную от обеих частей равенства  $F(x, y) = 0$ , помня, что  $y = y(x)$ ;
- 2.2. Слагаемые, содержащие  $y'(x)$  перенести в одну сторону равенства, а не содержащие производную в другую;
- 2.3. Вынести  $y'(x)$  за скобку и выразить её.

При нахождении производной функции **степенно – показательной** функции использовать следующий алгоритм:

- 2.4. Прологарифмировать обе части равенства и воспользоваться свойством логарифмической функции  $\ln x = n \ln x$ .
- 2.5. Продифференцировать обе части равенства, пользуясь правилом вычисления производной неявно заданной функции.

### 3. Задание:

Решить примеры: [5] с. 44 №№ 4, 5 (а - о), 6, 9, (3) с. 14 №№ 368 – 404, с. 45 №№ 455 – 536, [4] с.177 №№ 767 – 874 (выборочно, по указанию преподавателя).

### 4. Порядок выполнения:

- 4.1. Записать правила вычисления производной суммы, разности, произведения, частного;
- 4.2. Записать таблицу производных.
- 4.3. Записать теорему о производной сложной функции.
- 4.4. Записать формулы для вычисления производной параметрической функции
- 4.5. Решить примеры, см. п.3.

## **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Что называется производной функции?
- 5.2. Чему равна производная суммы, разности, произведения и частного?
- 5.3. Какой геометрический смысл производной?
- 5.4. Какой физический смысл производной функции?
- 5.5. Запишите таблицу производных.
- 5.6. Сформулируйте теорему о производной сложной функции.
- 5.7. Какой вид имеет формула производной функции, заданной в параметрической форме?
- 5.8. По какой формуле вычисляется дифференциал?
- 5.9. Чем отличается дифференциал от производной?
- 5.10. Какая функция называется степенно – показательной?
- 5.11. Как найти производную степенно – показательной функции?

## **6. Отчет:**

- 6.1. Определение производной функции.
- 6.2. Правила вычисления производной суммы, разности, произведения, частного.
- 6.3. Таблица производных.
- 6.4. Решенные примеры.

## **7. Список литературы**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## **Практическое занятие № 4**

**Исследование функций с помощью первой и второй производной: экстремумы, монотонность, выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Нахождение асимптот графиков функций.**

### **1. Цель занятия:**

Выработать умение применять производную к исследованию функции: определять интервалы монотонности, находить экстремум функции, определять интервалы выпуклости, находить точки перегиба, асимптоты и строить график функции по результатам исследования. Познакомить с правилом Лопиталя.

### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с.140- 150, [2] с. 86 – 95, [5] с. 49 – 74, а также [3] с. 77 – 92.

Применяя теорему Лопиталя, рекомендуется придерживаться следующего правила:

2.1. Определить вид неопределенности. Если имеется неопределенность  $(\infty/\infty)$  или  $(0/0)$ ,

то можно применять правило Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{(f(x))'}{(g(x))'}$ . Если отношение производных тоже дает неопределенность  $(\infty/\infty)$  или  $(0/0)$ , то следует перейти к отношению вторых производных и т.д.

2.2. В случае неопределенности  $(0 \cdot \infty)$  или  $(\infty - \infty)$  следует преобразовать данную функцию так, чтобы привести её к неопределенности  $(\infty/\infty)$  или  $(0/0)$  и далее воспользоваться правилом Лопиталя.

2.3. В случае неопределенности вида  $(0^0)$  или  $(\infty^0)$  или  $(1^\infty)$  следует прологарифмировать данную функцию и найти предел её логарифма

### 3. Задание:

Решить примеры: [4] с. 89 №№ 1031 – 1095 (выборочно, по указанию преподавателя), [3] с. 92 №№ 916 – 953 (выборочно, по указанию преподавателя).

### 4.Порядок выполнения:

4.1. Записать достаточное условие возрастания (убывания) функции.

4.2. Записать необходимое и достаточное условия экстремума.

4.3. Записать достаточное условие выпуклости.

4.4. Записать необходимое и достаточное условие перегиба.

4.5. Записать определение вертикальной и наклонной асимптоты.

4.6. Записать правило Лопиталя.

4.7. Решить примеры, см. п.3.

### 5. Контрольные вопросы:

5.1. В чем заключается достаточное условие возрастания (убывания) функции?

5.2. Какое необходимое и достаточное условия экстремума?

5.3. Как найти точки возможного экстремума?

5.4. Как формулируется достаточное условие выпуклости функции вверх (вниз)?

5.5. Какая точка называется точкой перегиба? Как её найти?

5.6. Что называется вертикальной асимптотой?

5.7. Что называется наклонной асимптотой? Как её найти?

### 6. Отчет:

6.1. Достаточное условие возрастания (убывания) функции.

6.2. Необходимое и достаточное условия экстремума.

6.3. Необходимое и достаточное условие перегиба.

6.4. Решенные примеры.

### 7. Список литературы:

[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012

[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010

[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

[5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по дифференциальному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010.

## **Практическое занятие № 5**

### **Вычисление частных производных ФМП первого и второго порядка.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по нахождению области определения функции двух переменных, вычислению частных производных первого и второго порядков, а также дифференциалов. Выработать умения и навыки по нахождению экстремума функции двух переменных.

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 324 – 330 [4] с. 208 – 214, 221 – 222, [3] с. 179 – 194, 219 – 220; [2] с. 9 – 10, 17 – 18, 33 – 43.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [3] №№ 1801 – 1827, 1833 – 1847, 1891 – 1919, 2010 – 2016 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение функции двух переменных.
- 4.2. Записать определение линии уровня, частных производных первого порядка.
- 4.3. Записать определение частных производных второго порядка.
- 4.4. Записать формулы для вычисления дифференциалов первого и второго порядков.
- 4.5. Записать необходимое условие экстремума функции двух переменных.
- 4.6. Записать достаточное условие экстремума функции двух переменных.
- 4.7. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Дайте определение функции двух переменных. Какой геометрический смысл функции двух переменных?
- 5.2. Какого определение линии уровня функции двух переменных?
- 5.3. Дайте определение частных производных первого порядка. Какое правило их вычисления?
- 5.4. Запишите формулу для вычисления дифференциала первого порядка.
- 5.5. Как вычисляются частные производные второго порядка?
- 5.6. Запишите формулу для вычисления дифференциала второго порядка.
- 5.7. Дайте определение точки локального экстремума.
- 5.8. Сформулируйте необходимое условие экстремума функции двух переменных.
- 5.9. Сформулируйте достаточное условие экстремума функции двух переменных.

#### **6. Отчет:**

- 6.1. Определение функции двух переменных.
- 6.2. Определение частных производных первого порядка.
- 6.3. Определение частных производных второго порядка.
- 6.4. Формулы для вычисления дифференциалов первого и второго порядков.
- 6.5. Решенные примеры.

#### **7. Список литературы:**

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## Практическое занятие № 6

### Непосредственное интегрирование. Замена переменной и интегрирование по частям.

#### 1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки по применению таблицы интегралов, свойств интегралов для их непосредственного вычисления. Выработать умения и навыки по вычислению интегралов с помощью формул замены переменной и интегрирования по частям. Выработать умения и навыки по вычислению определенных интегралов с помощью формулы Ньютона – Лейбница. Научить применять формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 153 - 166, [2] с. 96 – 100, [3] с. 100 – 118, [5] с. 36 -- 44, с. 47 – 58, а также [4] с. 235 – 245, 246 – 257.

При замене переменной руководствоваться следующим правилом:

- 2.1. Выбрать замену так, чтобы полученный после замены интеграл был проще в вычислительном отношении (в простейшем случае табличным).
- 2.2. Продифференцировать обе части замены и выразить  $dx$ .
- 2.3. Выразить через новую переменную всю подынтегральную функцию.
- 2.4. Подставить под знак интеграла полученные выражения.
- 2.5. Вычислить полученный интеграл.
- 2.6. В ответе вернуться к старой переменной.

#### 3. Задание:

Решить примеры: [3] №№ 1051– 1190, 1280 - 1294, 1315 – 1331, (выборочно), [5] с. 12 №№ 1 – 20, с. 26 №1 – 20, с. 27 № 21 – 40, с. 45 № 1 – 20, с.58 №№ 1 –20 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### 4.Порядок выполнения:

- 4.1. Записать определение первообразной.
- 4.2. Записать определение неопределенного интеграла.
- 4.3. Записать свойства интегралов.
- 4.4. Записать таблицу интегралов.
- 4.5. Записать формулу замены переменной.
- 4.6. Записать формулу интегрирования по частям.
- 4.7. Формула Ньютона – Лейбница.
- 4.8. Записать формулу замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.
- 4.9. Решить примеры, см. п.3.

## 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что такое первообразная функции? Сколько первообразных имеет функция  $f(x)$ ?
- 5.2. Что называется неопределенным интегралом?
- 5.3. Какие свойства неопределенного интеграла вы знаете?
- 5.4. В чем состоит метод поднесения под знак дифференциала?
- 5.5. Как выбирается замена? Чем нужно руководствоваться при этом?
- 5.6. Как проверить правильность вычисления интеграла?
- 5.7. Как выглядит формула интегрирования по частям?
- 5.8. Какие частные случаи формулы интегрирования по частям вы знаете?
- 5.9. Как вычисляются круговые интегралы?
- 5.10. Какие замены применяются при вычислении интегралов вида  $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ,  $\int \sqrt{a^2 + x^2} dx$ ,  $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx$  ?

## 6. Отчет:

- 6.1. Определение первообразной.
- 6.2. Определение неопределенного интеграла.
- 6.3. Таблица интегралов.
- 6.4. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.
- 6.5. Формула интегрирования по частям. Частные случаи.
- 6.6. Формула Ньютона – Лейбница.
- 6.7. Решенные примеры.

## 7. Список литературы:

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для вузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Практикум по интегральному исчислению функции одной переменной. Ростов-на-Дону: СКФ МТУСИ, 2010

## Практическое занятие № 7

### Интегрирование рациональных функций. Интегрирование иррациональных функций.

**1. Цель занятия:** Выработать умения и навыки по вычислению интегралов от рациональных дробей. Выработать умения и навыки по вычислению неопределенных интегралов от тригонометрических функций и интегралов от иррациональных функций.

### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 172 – 184, [5] с. 4 -- 13, [4] с. 260 – 268, [3] с. 140 – 146; [2] с. 126 – 135.

Обратить внимание на алгоритм вычисления интеграла от рациональной дроби:

- 2.1. Выяснить правильная дробь или нет. В случае неправильной дроби выделить целую часть, деля числитель на знаменатель.
- 2.2. Найти корни знаменателя и разложить его на множители.

- 2.3. Разложить дробь на простейшие,
- 2.4. Найти неизвестные коэффициенты для чего
- 2.5.1. привести в правой части к общему знаменателю (он всегда равен знаменателю левой части);
- 2.5.2. приравнять числители;
- 2.5.3. подставить в полученное равенство вместо  $x$  корни знаменателя и найти все (или часть) коэффициентов;
- 2.5.4. оставшиеся неизвестные коэффициенты найти, приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $x$  в левой и правой частях равенства;
- 2.6. Подставить найденные коэффициенты в разложение дроби на простейшие и проинтегрировать, используя табличные интегралы от простейших дробей.

### 3. Задание:

Решить примеры: [3] №№ 1521 – 1540, 1546 – 1566 ,1582 – 1590, 1599 – 1602 ; [4] №№ 1526 – 1539, 1559 – 1565, [5] с. 29 № 1 -12 (выборочно, по указанию преподавателя).

### 4. Порядок выполнения:

- 4.1. Выяснить правильная дробь или нет. В случае неправильной дроби выделить целую часть, деля числитель на знаменатель.
- 4.2. Найти корни знаменателя и разложить его на множители.
- 4.3. Разложить дробь на простейшие.
- 4.4. Найти неизвестные коэффициенты
- 4.5. Подставить найденные коэффициенты в разложение дроби на простейшие и проинтегрировать, используя табличные интегралы от простейших дробей.
- 4.6. Решить примеры, см. п.3.

### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Какая рациональная дробь называется правильной?
- 5.2. Каков алгоритм разложения правильной рациональной дроби на простейшие?
- 5.3. Чему равны интегралы от простейших дробей?
- 5.4. Какие способы нахождения неизвестных коэффициентов вы знаете?
- 5.5. Какова универсальная тригонометрическая подстановка?

### 6. Отчет:

- 6.1. Определение правильной рациональной дроби.
- 6.2. Метод неопределенных коэффициентов.
- 6.3. Интегралы от простейших рациональных дробей.
- 6.4. Методы вычисления интегралов от иррациональных функций.
- 6.5. Тригонометрические подстановки.
- 6.6. Решенные примеры.

### 7. Список литературы:

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 1 курса. УМО, 153с., 2003.
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 1. Часть 2. Издательство «Питер». 2009
- [5] Костецкая Г.С., Гаврилова Р.М. Математический анализ. Определенный интеграл. Практикум. Ростов-на-Дону. СКФ МТУСИ , 2012.



## Практическое занятие № 8

### Вычисление двойных интегралов путем повторного интегрирования. Изменение порядка интегрирования.

#### 1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки по вычислению двойного интеграла, научить расставлять пределы интегрирования в обоих порядков, менять порядок интегрирования. Познакомить с полярными координатами. Научить вычислять площадь и объем с помощью двойного интеграла.

#### 2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 351 – 358, [4] с. 3 – 9, [3] с. 242 – 243; [2] с. 3 – 13, [5] с. 4 – 13.

#### 3. Задание:

Решить примеры: [3] №№ 2113 – 215, [2] с. 32 №№ 1 – 8, [4] № 6 – 22, [5] с. 29 № 1 -12. (выборочно, по указанию преподавателя).

#### 4. Порядок выполнения:

- 4.1. Записать определение и геометрический смысл двойного интеграла
- 4.2. Записать достаточное условие интегрируемости функции двух переменных.
- 4.3. Записать правило вычисления двойного интеграла.
- 4.4. Записать формулу вычисления площади плоской области.
- 4.5. Записать формулу вычисления объема с помощью двойного интеграла.
- 4.6. Решить примеры, см. п.3.

#### 5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Дайте определение и геометрический смысл двойного интеграла.
- 5.2. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости.
- 5.3. Сформулируйте достаточное условие интегрируемости.
- 5.4. Как вычислять двойной интеграл? Сформулируйте правило.
- 5.5. Записать общую формулу замены переменных в двойном интеграле.
- 5.6. Записать формулу замены переменных в двойном интеграле в полярных координатах.
- 5.7. . Записать формулы для вычисления площади и объема.

#### 6. Отчет:

- 6.1. Определение и геометрический смысл двойного интеграла.
- 6.2. Достаточное условие интегрируемости функции двух переменных.
- 6.3. Правило вычисления двойного интеграла.
- 6.4. Записать формулу вычисления площади плоской области.
- 6.5. Записать формулу вычисления объема с помощью двойного интеграла.
- 6.6. Решенные примеры.

#### 7. Список литературы:

- [1] Кытманов А.М. Математический анализ. Учебное пособие для бакалавров. М.: Издательство Юрайт, 2012.
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса, 2 семестр. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 153с., 2002.

- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.
- [5] Докучаев С.А., Костецкая Г.С. Практикум по интегральному исчислению функции многих переменных. Учебное пособие. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ, 60с., 2019.

## **Практическое занятие №9.**

### **Решение дифференциальных уравнений, интегрируемых в квадратурах.**

#### **1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по решению дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными и однородных уравнений. Линейные уравнения. Уравнение Бернулли. Выработать умения и навыки по решению линейных однородных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами. Познакомить с характеристическим уравнением

#### **2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 417 – 423, 435 - 443, [2] с. 46 - 63, [4] с. 105 – 108, 110 – 122, [3] с. 324 – 325, 329 – 334.

#### **3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 481 – 492, 516 – 529, 541 – 556, 569 – 590, №№ 660 – 673, №№ 684 – 701, [3] №№ 2742 – 2754, 2768 – 2778, 2785 – 2795, 2802 – 2807, 2834 – 2885, 2976 – 2993 (выборочно, по указанию преподавателя).

#### **4. Порядок выполнения:**

- 4.1. Записать определение дифференциального уравнения, порядка дифференциального уравнения.
- 4.2. Записать определение решения, общего решения.
- 4.3. Записать определение начального условия и задачи Коши.
- 4.4. Записать общий вид уравнений с разделяющимися переменными и повторить алгоритм их решения.
- 4.5. Записать общий вид однородных уравнений и повторить алгоритм их решения.
- 4.6. Записать общий вид линейного уравнения и вид его общего решения.
- 4.7. Записать определение линейного однородного дифференциального уравнения (ЛОДУ) высших порядков с постоянными коэффициентами.
- 4.8. Записать характеристическое уравнение.
- 4.9. Записать частные случаи корней характеристического уравнения и соответствующие им общие решения ЛОДУ.
- 4.10. Решить примеры, см. п.3.

#### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Определение дифференциального уравнения первого порядка, порядка уравнения.
- 5.2. Определение общего решения, частного решения.
- 5.3. Определение начального условия, задачи Коши для Д.У. первого порядка.
- 5.4. Уравнение с разделяющимися переменными.
- 5.5. Определение однородного уравнения. Метод решения.
- 5.6. Общий вид линейного уравнения и его общего решения.
- 5.7. Общий вид уравнения Бернулли.

5.8. Характеристическое уравнение.

5.9. Частные случаи корней характеристического уравнения.

**6. Отчет:**

6.1. Определение дифференциального уравнения первого порядка, порядка уравнения.

6.2. Определение общего решения, частного решения.

6.3. Определение начального условия, задачи Коши для Д.У. первого порядка.

6.4. Уравнение с разделяющимися переменными.

6.5. Определение однородного уравнения. Метод решения.

6.6. Общий вид линейного уравнения и его общего решения.

6.7. Определение ЛОДУ с постоянными коэффициентами.

6.8. Теорема о структуре общего решения ЛОДУ.

6.9. Характеристическое уравнение.

6.10. Частные случаи корней характеристического уравнения.

6.11. Теорема о структуре общего решения ЛНДУ.

6.12. Решенные примеры.

**7. Список литературы:**

[1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012

[2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003.

[3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.

[4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Часть 2. Издательство «Питер». 2009.

## **Практическое занятие № 10.**

**Применение признаков сходимости числовых рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши, признак Лейбница.**

**1. Цель занятия:**

Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакоположительных рядов. Познакомить с признаками Даламбера и Коши и научить их применять на практике. Выработать умения и навыки по исследованию сходимости знакочередующихся рядов. Научить пользоваться признаком Лейбница.

**2. Краткие теоретические сведения:**

Справочный материал и разобранные примеры приведены в любом из следующих источников: [1] с. 379 – 389, [2] с. 91 - 103, [4] гл. 3 с. 56 – 62, [3] с. 288 – 290.

**3. Задание:**

Решить примеры: [4] №№ 273 – 286, [3] №№ 2401 – 2467 (выборочно, по указанию преподавателя).

**4. Порядок выполнения:**

4.1. Записать определения числового ряда, частичной суммы, сходящегося ряда.

4.2. Записать свойства числовых рядов.

4.3. Записать необходимое условие сходимости.

4.4. Записать признаки сравнения.

4.5. Записать «модельные» ряды: геометрическую прогрессию и ряд Дирихле.

4.6. Записать признак Даламбера.

- 4.7. Записать признак Коши.
- 4.8. Записать определение абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.
- 4.9. Записать определение знакочередующегося ряда.
- 4.10. Записать признак Лейбница.
- 4.11. Решить примеры, см. п.3.

### **5. Контрольные вопросы:**

- 5.1. Записать определения числового ряда, частичной суммы, сходящегося ряда.
- 5.2. Записать свойства числовых рядов.
- 5.3. Записать необходимое условие сходимости.
- 5.4. Записать признаки сравнения.
- 5.5. Записать «модельные» ряды: геометрическую прогрессию и ряд Дирихле.
- 5.6. Записать признак Даламбера.
- 5.7. Записать признак Коши.
- 5.8. Записать определение абсолютной и условной сходимости знакопеременного ряда.
- 5.9. Записать определение знакочередующегося ряда.
- 5.10. Записать признак Лейбница.

### **6. Отчет:**

- 6.1. Числовой ряд.
- 6.2. Определение сходящегося (расходящегося) ряда.
- 6.3. Необходимое условие сходимости ряда. Верно ли обратное утверждение?
- 6.4. Первый признак сравнения.
- 6.5. Второй признак сравнения.
- 6.6. Признак Даламбера, признак Коши.
- 6.7. Признак Лейбница.
- 6.8. Решенные примеры.

### **7. Список литературы:**

- [1] Щипачев В.С. Высшая математика. Учебное пособие для бакалавров. Издательство «Юнити». 2012
- [2] Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. Высшая математика. Учебное пособие для студентов 2 курса. Ростов-на-Дону, СКФ МТУСИ УМО, 150с., 2003
- [3] Демидович Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу (для втузов). - М.: Астрель - АСТ, 2010.
- [4] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах.