

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ
Северо-Кавказский филиал
ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

Кафедра общенаучной подготовки

Основы теории и методы оптимизации

Методические указания по практическим занятиям

для студентов очной и заочной форм обучения

Направление подготовки – 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Ростов-на-Дону
2020

Основы теории и методы оптимизации
Методические указания по практическим занятиям
для студентов очной и заочной форм обучения
Направление подготовки – 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Составители: Ефимов С.В. к.ф.-м.н., доцент

Рассмотрены и одобрены
на заседании кафедры Общонаучной подготовки
Протокол от 31.08.2020 г. № 1

Очная форма обучения

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

Опорные решения и вершины многогранника.

1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки работы с симплексными таблицами, научить находить опорные решения систем линейных уравнений (СЛУ) с помощью модифицированных жордановых исключений (МЖИ), научить применять метод ложного базиса для поиска первоначального опорного решения. Выработать умения и навыки применения принципа минимального симплексного отношения, научить находить неотрицательные опорные решения СЛУ путем неполного перебора (избегая все остальные опорные решения), научить применять метод дополнительных переменных для поиска вершин многогранника в арифметическом n-мерном пространстве.

2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры можно найти в следующих источниках: [1] с.31–50, [2] с.34–46, 58–62, [3] с.3–8.

3.Задание:

3.1. Найти неотрицательные опорные решения СЛУ:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_3 + x_4 = 2 \\ x_2 + 2x_3 - 8x_4 = 3 \end{cases}, \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}, \quad \text{в)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \end{cases} \\ \text{г)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_3 = 2 \end{cases}, \quad \text{д)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}, \quad \text{е)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

3.2. Найти вершины многогранников:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases}, \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases}, \quad \text{в)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases} \\ \text{г)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 3 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases} \end{aligned}$$

4. Порядок выполнения задания:

- 4.1. Записать определение опорного решения СЛУ.
- 4.2. Записать правила МЖИ.
- 4.3. Записать идею метода ложного базиса.
- 4.4. Записать определение неотрицательного опорного решения СЛУ.
- 4.5. Записать принцип минимального симплексного отношения.
- 4.6. Записать идею метода дополнительных переменных.
- 4.7. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что называется опорным решением СЛУ?

- 5.2. Какой принцип построения симплексной таблицы?
- 5.3. В чем состоят модифицированные жордановы исключения?
- 5.4. В чем состоит метод ложного базиса?
- 5.5. Какова геометрическая интерпретация опорных решений СЛУ?
- 5.6. Что называется неотрицательным опорным решением СЛУ?
- 5.7. Что называется симплексным отношением?
- 5.8. Что гарантирует применение принципа минимального симплексного отношения?
- 5.9. Как найти вершины канонического многогранника?
- 5.10. В чем состоит метод дополнительных переменных?
- 5.11. Какова геометрическая интерпретация метода дополнительных переменных?

6. Отчет:

Конспект практического занятия №1.

7. Список литературы:

- [1] Исследование операций в экономике. Под редакцией Кремера Н.Ш. – М.: ЮНИТИ, 2013.
- [2] Шапкин А.С., Мазаева Н.П. Математические методы и модели исследования операций. – М.: Дашков и К, 2004.
- [3] Ефимов С.В. Методические указания по дисциплине «Основы теории и методы оптимизации» (направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»). – Ростов-на-Дону: ПЦ СКФ МТУСИ, 2019.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2

Тест №1. Контрольная работа №1.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3

Решение ЗЛП.

1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки решения канонической задачи линейного программирования (ЗЛП) симплекс-методом. Выработать умения и навыки решения произвольной ЗЛП приведением к каноническому виду. Научить пониманию симплекс-метода как целенаправленного перебора вершин многогранника допустимых решений.

2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры можно найти в следующих источниках: [1] с.50–56, 66–85, [2] с.57–64, [3] с.56–74, [4] с.3, 8–16.

3.Задание:

Решить задачи линейного программирования:

а) $f(\bar{x}) = x_1 - x_2 + 2x_3 + 4 \rightarrow \max$ при $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

б) $f(\bar{x}) = 4x_1 + x_2 - x_3 - 2 \rightarrow \max$ при $\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 1 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

в) $f(\bar{x}) = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$ при $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 \geq 7 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

г) $f(\bar{x}) = 2x_1 + x_2 + x_3 + 5 \rightarrow \min$ при $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

д) $f(\bar{x}) = x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$ при $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 5 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 \geq 7 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

е) $f(\bar{x}) = 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 4 \rightarrow \min$ при $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 5 \\ 2x_1 + x_3 + 3x_4 \leq 6 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0}.$

4. Порядок выполнения задания:

- 4.1. Записать определение задачи линейного программирования (ЗЛП).
- 4.2. Записать определение канонической ЗЛП.
- 4.3. Записать определение допустимого решения ЗЛП.
- 4.4. Записать определение оптимального решения ЗЛП.
- 4.5. Построить симплексную таблицу, адаптированную для решения канонической ЗЛП.
- 4.6. Построить симплексную таблицу, адаптированную для решения произвольной ЗЛП.
- 4.7. Записать правила выбора генерального элемента МЖИ для решения задачи на максимум.
- 4.8. Записать правила выбора генерального элемента МЖИ для решения задачи на минимум.
- 4.9. Записать критерий оптимальной симплексной таблицы задачи на максимум.
- 4.10. Записать критерий оптимальной симплексной таблицы задачи на минимум.
- 4.11. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что называется задачей линейного программирования (ЗЛП)?
- 5.2. Что называется канонической ЗЛП?
- 5.3. Каким методом произвольная ЗЛП приводится к каноническому виду?
- 5.4. Что называется допустимым решением ЗЛП?

- 5.5. Что называется оптимальным решением ЗЛП?
- 4.6. Как построить симплексную таблицу, адаптированную для решения канонической ЗЛП.
- 4.7. Как построить симплексную таблицу, адаптированную для решения произвольной ЗЛП.
- 5.8. Как выбирать генеральный элемент МЖИ для решения задачи на максимум?
- 5.9. Как выбирать генеральный элемент МЖИ для решения задачи на минимум?
- 5.10. Какой признак оптимальной симплексной таблицы задачи на максимум?
- 5.11. Какой признак оптимальной симплексной таблицы задачи на минимум?

6. Отчет:

Конспект практического занятия №3.

7. Список литературы:

- [1] Исследование операций в экономике. Под редакцией Кремера Н.Ш. – М.: ЮНИТИ, 2013.
- [2] Шапкин А.С., Мазаева Н.П. Математические методы и модели исследования операций. – М.: Дашков и К, 2004.
- [3] Кузнецов Б.Т. Математические методы и модели исследования операций. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005.
- [4] Ефимов С.В. Методические указания по дисциплине «Основы теории и методы оптимизации» (направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»). – Ростов-на-Дону: ПЦ СКФ МТУСИ, 2019.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №4

Тест №2. Контрольная работа №2.

Заочная форма обучения

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1

Опорные решения и вершины многогранника.

1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки работы с симплексными таблицами, научить находить опорные решения систем линейных уравнений (СЛУ) с помощью модифицированных жордановых исключений (МЖИ), научить применять метод ложного базиса для поиска первоначального опорного решения. Выработать умения и навыки применения принципа минимального симплексного отношения, научить находить неотрицательные опорные решения СЛУ путем неполного перебора (избегая все остальные опорные решения), научить применять метод дополнительных переменных для поиска вершин многогранника в арифметическом n-мерном пространстве.

2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры можно найти в следующих источниках: [1] с.31–50, [2] с.34–46, 58–62, [3] с.3–8.

3.Задание:

3.1. Найти неотрицательные опорные решения СЛУ:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} 2x_1 + 4x_3 + x_4 = 2 \\ x_2 + 2x_3 - 8x_4 = 3 \end{cases}, \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \end{cases}, \quad \text{в)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \end{cases}, \\ \text{г)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_3 = 2 \end{cases}, \quad \text{д)} \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}, \quad \text{е)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

3.2. Найти вершины многогранников:

$$\begin{aligned} \text{а)} \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases}, \quad \text{б)} \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases}, \quad \text{в)} \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases}, \\ \text{г)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 7 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 3 \\ \bar{x} \geq \bar{0} \end{cases}. \end{aligned}$$

4. Порядок выполнения задания:

- 4.1. Записать определение опорного решения СЛУ.
- 4.2. Записать правила МЖИ.
- 4.3. Записать идею метода ложного базиса.
- 4.4. Записать определение неотрицательного опорного решения СЛУ.
- 4.5. Записать принцип минимального симплексного отношения.
- 4.6. Записать идею метода дополнительных переменных.
- 4.7. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что называется опорным решением СЛУ?

- 5.2. Какой принцип построения симплексной таблицы?
- 5.3. В чем состоят модифицированные жордановы исключения?
- 5.4. В чем состоит метод ложного базиса?
- 5.5. Какова геометрическая интерпретация опорных решений СЛУ?
- 5.6. Что называется неотрицательным опорным решением СЛУ?
- 5.7. Что называется симплексным отношением?
- 5.8. Что гарантирует применение принципа минимального симплексного отношения?
- 5.9. Как найти вершины канонического многогранника?
- 5.10. В чем состоит метод дополнительных переменных?
- 5.11. Какова геометрическая интерпретация метода дополнительных переменных?

6. Отчет:

Конспект практического занятия №1.

7. Список литературы:

- [1] Исследование операций в экономике. Под редакцией Кремера Н.Ш. – М.: ЮНИТИ, 2013.
- [2] Шапкин А.С., Мазаева Н.П. Математические методы и модели исследования операций. – М.: Дашков и К, 2004.
- [3] Ефимов С.В. Методические указания по дисциплине «Основы теории и методы оптимизации» (направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»). – Ростов-на-Дону: ПЦ СКФ МТУСИ, 2019.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2

Решение ЗЛП.

1. Цель занятия:

Выработать умения и навыки решения канонической задачи линейного программирования (ЗЛП) симплекс-методом. Выработать умения и навыки решения произвольной ЗЛП приведением к каноническому виду. Научить пониманию симплекс-метода как целенаправленного перебора вершин многогранника допустимых решений.

2. Краткие теоретические сведения:

Справочный материал и разобранные примеры можно найти в следующих источниках: [1] с.50–56, 66–85, [2] с.57–64, [3] с.56–74, [4] с.3, 8–16.

3.Задание:

Решить задачи линейного программирования:

а) $f(\bar{x}) = x_1 - x_2 + 2x_3 + 4 \rightarrow \max$ при $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

б) $f(\bar{x}) = 4x_1 + x_2 - x_3 - 2 \rightarrow \max$ при $\begin{cases} x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 1 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

в) $f(\bar{x}) = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \max$ при $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 + x_4 \geq 7 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

г) $f(\bar{x}) = 2x_1 + x_2 + x_3 + 5 \rightarrow \min$ при $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

д) $f(\bar{x}) = x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$ при $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 \geq 5 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 \geq 7 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0},$

е) $f(\bar{x}) = 5x_1 + 3x_2 + x_3 - 4 \rightarrow \min$ при $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 5 \\ 2x_1 + x_3 + 3x_4 \leq 6 \end{cases}, \bar{x} \geq \bar{0}.$

4. Порядок выполнения задания:

- 4.1. Записать определение задачи линейного программирования (ЗЛП).
- 4.2. Записать определение канонической ЗЛП.
- 4.3. Записать определение допустимого решения ЗЛП.
- 4.4. Записать определение оптимального решения ЗЛП.
- 4.5. Построить симплексную таблицу, адаптированную для решения канонической ЗЛП.
- 4.6. Построить симплексную таблицу, адаптированную для решения произвольной ЗЛП.
- 4.7. Записать правила выбора генерального элемента МЖИ для решения задачи на максимум.
- 4.8. Записать правила выбора генерального элемента МЖИ для решения задачи на минимум.
- 4.9. Записать критерий оптимальной симплексной таблицы задачи на максимум.
- 4.10. Записать критерий оптимальной симплексной таблицы задачи на минимум.
- 4.11. Решить примеры, см. п.3.

5. Контрольные вопросы:

- 5.1. Что называется задачей линейного программирования (ЗЛП)?
- 5.2. Что называется канонической ЗЛП?
- 5.3. Каким методом произвольная ЗЛП приводится к каноническому виду?
- 5.4. Что называется допустимым решением ЗЛП?

- 5.5. Что называется оптимальным решением ЗЛП?
- 4.6. Как построить симплексную таблицу, адаптированную для решения канонической ЗЛП.
- 4.7. Как построить симплексную таблицу, адаптированную для решения произвольной ЗЛП.
- 5.8. Как выбирать генеральный элемент МЖИ для решения задачи на максимум?
- 5.9. Как выбирать генеральный элемент МЖИ для решения задачи на минимум?
- 5.10. Какой признак оптимальной симплексной таблицы задачи на максимум?
- 5.11. Какой признак оптимальной симплексной таблицы задачи на минимум?

6. Отчет:

Конспект практического занятия №2.

7. Список литературы:

- [1] Исследование операций в экономике. Под редакцией Кремера Н.Ш. – М.: ЮНИТИ, 2013.
- [2] Шапкин А.С., Мазаева Н.П. Математические методы и модели исследования операций. – М.: Дашков и К, 2004.
- [3] Кузнецов Б.Т. Математические методы и модели исследования операций. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005.
- [4] Ефимов С.В. Методические указания по дисциплине «Основы теории и методы оптимизации» (направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»). – Ростов-на-Дону: ПЦ СКФ МТУСИ, 2019.