

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ
И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Северо-Кавказский филиал
ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения высшего образования
«Московский технический университет связи и информатики»

УТВЕРЖДАЮ

Зам. директора по УВР

Жуковский А.Г.

« 30 » 12 2022г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ по дисциплине

Теория функции комплексного переменного Б1.В.ДВ.01.02

Кафедра: Общенаучной подготовки

Направление подготовки: **11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи**

Профиль **Защищенные инфокоммуникационные системы**

Мобильная связь и интернет вещей

Инфокоммуникационные системы и сети

Формы обучения: очная, очно-заочная, заочная

Разработал:

Доцент кафедры ОНП, к.ф.-м.н., доцент Костецкая Г.С.

Рецензент(ы):

Заведующий кафедрой ИТСС к.т.н., доцент Юхнов В.И.

Разработаны в соответствии с ФГОС ВО:

**ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ СТАНДАРТ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Направление подготовки 11.03.02 ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ СВЯЗИ

УТВЕРЖДЕН Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19 сентября 2017 г. №930

Составлены на основании учебных планов

направления 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

профилей «Защищенные инфокоммуникационные системы», «Мобильная связь и интернет вещей», «Инфокоммуникационные системы и сети», одобренных Учёным советом СКФ МТУСИ, протокол № 5 от 26.12.2022, и утвержденных директором СКФ МТУСИ 26.12.2022 г.

Одобрены на заседании кафедры «Общенаучной подготовки»

Протокол от « 19 » 12 2022 г. № 5

Б.И. Косилов

Зав. кафедрой _____ Конкин Б.Б.

Визирование для использования в 20__/20__ уч. году

Утверждаю

Зам. директора по УВР _____

«__» _____ 20__ г.

Обновление ОМ обсуждено и одобрено на заседании кафедры
«Общонаучной подготовки»

Протокол от «__» _____ 20__ г. № _____

Зав. кафедрой _____

Визирование для использования в 20__/20__ уч. году

Утверждаю

Зам. директора по УВР _____

«__» _____ 20__ г.

Обновление ОМ обсуждено и одобрено на заседании кафедры
«Общонаучной подготовки»

Протокол от «__» _____ 20__ г. № _____

Зав. кафедрой _____

Визирование для использования в 20__/20__ уч. году

Утверждаю

Зам. директора по УВР _____

«__» _____ 20__ г.

Обновление ОМ обсуждено и одобрено на заседании кафедры
«Общонаучной подготовки»

Протокол от «__» _____ 20__ г. № _____

Зав. кафедрой _____

Визирование для использования в 20__/20__ уч. году

Утверждаю

Зам. директора по УВР _____

«__» _____ 20__ г.

Обновление ОМ обсуждено и одобрено на заседании кафедры
«Общонаучной подготовки»

Протокол от «__» _____ 20__ г. № _____

Зав. кафедрой _____

1. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

1.1 Шкала оценивания компетенций

Шкала оценивания компетенций		
Оценка	Уровень освоения компетенции	Критерии оценивания
«Отлично»	Высокий уровень	Обучающийся показывает всестороннее, систематическое и глубокое знание основного и дополнительного учебного материала, умеет свободно выполнять задания, предусмотренные программой; усвоил основную и знаком с дополнительной рекомендованной литературой; может объяснить взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для последующей профессиональной деятельности; проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала.
«Хорошо»	Повышенный уровень	Обучающийся показывает достаточный уровень знаний в пределах основного учебного материала, без существенных ошибок выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил основную литературу, рекомендованную в программе; способен объяснить взаимосвязь основных понятий дисциплины при дополнительных вопросах преподавателя. Допускает не существенные погрешности в ответах, устраняет их без помощи преподавателя.
«Удовлетворительно»	Пороговый уровень	Обучающийся показывает знания основного учебного материала в минимальном объеме, необходимом для дальнейшей учебы; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой, допуская при этом большое количество не принципиальных ошибок; знаком с основной литературой, рекомендованной программой. Допускает существенные погрешности в ответах, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.
«Неудовлетворительно»	Минимальный уровень не	Обучающийся обнаруживает пробелы

	достигнут	в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не знаком с рекомендованной литературой, не может исправить допущенные ошибки. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.
--	-----------	---

1.2 Индикаторы достижения компетенций, критерии и шкалы их оценивания

Индикаторы компетенции	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-2		
Знать:		
- виды ресурсов и ограничений для решения профессиональных задач; - основные методы оценки разных способов решения задач; - действующее законодательство и правовые нормы, регулирующие профессиональную деятельность.	Тест №1	Модуль 1 0÷18 «Удовлетворительно» - 7-11 «Хорошо» - 11-15 «Отлично» -15-18
	Тест №2	Модуль 2 0÷24 «Удовлетворительно» - 10-15 «Хорошо» - 15-20 «Отлично» - 20-24
Уметь:		
проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, которые необходимо решить для ее достижения; - проводить анализ поставленной цели и формулировать задачи, которые необходимо решить для ее достижения; - анализировать альтернативные варианты для достижения намеченных результатов; - использовать нормативно-правовую документацию в сфере профессиональной деятельности.	Практические занятия (№№1-6)	Модуль 1 0÷12 «Удовлетворительно» - 5-8 «Хорошо» - 8-10 «Отлично» - 10-12
	Практические занятия (№№7-9)	Модуль 2 0÷6 «Удовлетворительно» -3-

		4 «Хорошо» - 4-5 «Отлично» -5-6
	Контрольная работа №1	Модуль 1 0÷10 «Удовлетворительно» - 4-6 «Хорошо» - 6-8 «Отлично» - 8-10
	Контрольная работа №2	Модуль 2 0÷10 «Удовлетворительно» - 4-6 «Хорошо» - 6-8 «Отлично» - 8-10
Владеть:		
методиками разработки цели и задач проекта; - методами оценки потребности в ресурсах, продолжительности и стоимости проекта; - навыками работы с нормативно-правовой документацией.	Контрольная работа №1	Модуль 1 0÷10 «Удовлетворительно» - 4-6 «Хорошо» - 6-8 «Отлично» - 8-10
	Контрольная работа №2	Модуль 2 0-10 «Удовлетворительно» - 4-6 «Хорошо» - 6-8 «Отлично» - 8-10
Зачет		41-100 баллов

1.3 Оценочные материалы: типовые контрольные задания, иные материалы

1.3.1 Оценочные материалы для очной формы обучения

Модуль 1 (50 баллов):

Модуль содержит 6 лекционных и 6 практических занятий, на последнем из которых выполняется контрольная работа №1. Знание лекционного материала оценивается с помощью теста, состоящего из 18 вопросов, максимальное количество баллов за тест составляет 18. За выполненные и защищенные практическое занятие студент получает максимум по 2 балла (всего 12 баллов). Максимальное количество баллов за контрольную работу составляет 20. Общее максимальное количество баллов за модуль 1 составляет 50.

1) Типовые тестовые задания(УК-2)

Задание 1. Установите соответствие между комплексным числом и его модулем

- | | |
|---------------------|---|
| 1. $3 - 4i$ | a 5 |
| 2. $-\sqrt{3} + i$ | b 3 |
| 3. $-1 - \sqrt{8}i$ | c 2 |
| 4. $5 + 12i$ | d 13 |
| | e 1 |
| | f $\sqrt{2}$ |
| | 1 $\rightarrow a$; 2 $\rightarrow b$; 3 $\rightarrow c$; 4 $\rightarrow d$ |
| | 1 $\rightarrow d$; 2 $\rightarrow e$; 3 $\rightarrow c$; 4 $\rightarrow f$ |
| | 1 $\rightarrow a$; 2 $\rightarrow c$; 3 $\rightarrow b$; 4 $\rightarrow d$ |
| | 1 $\rightarrow b$; 2 $\rightarrow d$; 3 $\rightarrow f$; 4 $\rightarrow e$ |

Задание 2. Даны 2 комплексных числа $z_1 = 12 + 5i$ и $z_2 = 3 - 4i$. Установите соответствие между операциями над данными числами и результатами их вычисления

- | | |
|----------------|---|
| 1. $z_1 + z_2$ | a) $9 + 9i$ |
| 2. $z_1 - z_2$ | b) $15 + i$ |
| 3. $z_1 z_2$ | c) $50 + 33i$ |
| | d) $56 - 33i$ |
| | 1 $\rightarrow b$, 2 $\rightarrow a$, 3 $\rightarrow d$ |
| | 1 $\rightarrow b$, 2 $\rightarrow a$, 3 $\rightarrow c$ |
| | 1 $\rightarrow a$, 2 $\rightarrow b$, 3 $\rightarrow c$ |
| | 1 $\rightarrow c$, 2 $\rightarrow a$, 3 $\rightarrow d$ |

Задание 3. Даны 2 комплексных числа $z_1 = 2 - 3i$ и $z_2 = 3 + 2i$, тогда модуль произведения $|z_1 z_2|$ равен

- 13
- 12
- 8
- 20

Задание 4. Даны 2 комплексных числа $z_1 = 13 - 5i$ и $z_2 = 1 - 21i$, тогда $|z_1 - z_2|$ равен

- 32
- 12
- 8
- 20

Задание 5. Если z – комплексное число, $Imz = 10$, $\arg z = \arcsin \frac{5}{6}$, то модуль числа z равен ...

Задание 6. Если z – комплексное число, $Re z = 12$, $\arg z = \arccos \frac{1}{6}$, то модуль числа z равен ...

Задание 6. Аргумент $\frac{2\pi}{3}$ имеют следующие комплексные числа

$$\begin{aligned} &1 + \sqrt{3}i \\ &1 - \sqrt{3}i \\ &-\sqrt{3} + i \\ &-1 + \sqrt{3}i \end{aligned}$$

Задание 7. Комплексное число $1 + i$ можно представить в виде (несколько ответов)

$$\begin{aligned} &\sqrt{2}e^{\frac{i3\pi}{4}} \\ &\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) \\ &\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) \\ &\sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}} \end{aligned}$$

Задание 8. Мнимая часть функции $W(z) = z^2 - 3z$ комплексного переменного $z = x + iy$ равна

$$\begin{aligned} &x^2 + y^2 - 3y \\ &2yx - 3y \\ &x^2 - y^2 - 3x \\ &x^2 - y^2 + 3x \end{aligned}$$

Задание 9. Действительная часть функции $W(z) = z^2 - 3z$ комплексного переменного $z = x + iy$ равна

$$\begin{aligned} &x^2 + y^2 - 3y \\ &x^2 + y^2 - 3x \\ &x^2 - y^2 - 3x \\ &x^2 - y^2 + 3x \end{aligned}$$

Задание 10. Установите соответствие между функциями комплексного переменного и формулами для их вычисления.

- | | |
|-------------|----------------------------------|
| 1. e^z | a. $\frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$ |
| 2. $\sin z$ | b. $e^x(\cos y + i \sin y)$ |
| 3. $\ln z$ | c. $\ln z + i \arg z + 2\pi ki$ |
| 4. shz | d. $\frac{e^z - e^{-z}}{2}$ |
- $1 \rightarrow b, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow d$
 $1 \rightarrow c, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow b, 4 \rightarrow d$
 $1 \rightarrow b, 2 \rightarrow d, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow a$
 $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow b, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow d$

Задание 11. Если $z = x + iy$ и $f(z) = e^{2z}$, $f'(z)$ имеет вид

$$\begin{aligned} &2e^{2x}(\sin 2y + i \cos 2y) \\ &e^{2x}(\sin 2y + i \cos 2y) \\ &2e^{2x}(\cos 2y + i \sin 2y) \\ &e^{2x}(\cos 2y + i \sin 2y) \end{aligned}$$

Задание 12. Значение функции $f(z) = z^2 + i$ в точке $z_0 = 1 + i$ равно

$$\begin{aligned} &2 + 3i \\ &2i \\ &3 + 2i \\ &3i \end{aligned}$$

Задание 13. Значение функции $f(z) = 2z^2 - 4i$ в точке $z_0 = 1 - i$ равно

$$\begin{aligned} &4 - 8i \\ &-8i \\ &-6i \end{aligned}$$

$$4 - 6i$$

Задание 14. Значение функции $f(z) = \cos \frac{\pi i}{3}$ равно

$$\begin{aligned} &\operatorname{ch} \frac{\pi}{3} \\ &i \operatorname{ch} \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$i \operatorname{sh} \frac{\pi}{3}$$

Задание 15. Значение функции $f(z) = \sin \frac{\pi i}{3}$ равно

$$\begin{aligned} &\operatorname{ch} \frac{\pi}{3} \\ &i \operatorname{ch} \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$i \operatorname{sh} \frac{\pi}{3}$$

Задание 16. Если $z = x + iy$ и $f(z) = 3z^2 + 5i$, то значение производной функции в точке $z_0 = 2 - i$ равно

$$2 - i$$

$$12 - i$$

$$12 - 6i$$

$$3 - 9i$$

Задание 27. Если $z = x + iy$ и $f(z) = 4z^2 - 10i$, то значение производной функции в точке $z_0 = 1 - 3i$ равно

$$1 - 24i$$

$$1 - 3i$$

$$8 - 3i$$

$$8 - 24i$$

Задание 18. Если $z = x + iy$ и $f(z) = z^2$, то модуль производной функции в точке $z_0 = -5 - 12i$ равен

$$13$$

$$26$$

$$30$$

$$15$$

Задание 19. Если $z = x + iy$ и $f(z) = z^2$, то модуль производной функции в точке $z_0 = -9 + 12i$ равен

$$13$$

$$26$$

$$30$$

$$15$$

Задание 20. Функция $f(z)$ однозначная и дифференцируемая в каждой точке области D называется _____ в D

гармонической

непрерывной

аналитической

интегрируемой

Задание 21. Условия Коши-Римана для функции $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Задание 22. Функция $u(x, y)$ называется гармонической, если

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Задание 23.

Закончите определение: $z_0 \in D$ есть нуль кратности m для $f(z)$, аналитической в D , если

$$f(z_0) = f'(z_0) = \dots = f^{(m-1)}(z_0) = 0, \quad f^{(m)}(z_0) \neq 0; \quad f^{(m)}(z_0) > 0$$

Задание 24.

Выберите верные утверждения (несколько)

$$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}, \quad |z| < \infty;$$

$$\ln(1+z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^n}{n!}, \quad |z| < 1;$$

$$\cos z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}.$$

Задание 25.

Ряд Лорана для $f(z)$ в окрестности точки z_0 имеет вид:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n (z - z_0)^n \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{(z - z_0)^n}$$

Задание 26.

Ряд Лорана для $f(z)$ сходится

в круге $|z - z_0| < R$

во всей плоскости

в кольце $r < |z - z_0| < R$

Задание 27.

Точка z_0 называется устранимой особой точкой для $f(z)$, если главная часть ряда Лорана

имеет конечное число членов;

имеет бесконечное число членов;

равна 0.

Задание 28.

Если $f(z)$ аналитическая в проколотой окрестности точки z_0 и

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = \infty, \text{ то } z_0$$

устраняемая;

полюс;

существенно особая.

Задание 29.

Изолированная особая точка будет устранимой для $f(z)$, если

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = \infty$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A < \infty$$

$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$ не существует

Задание 30.

Выберите разложение Лорана, соответствующее $z = \infty$ – устранимой особой для $f(z)$

$$a + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{-n}}{z^n}$$

$$a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_m z^m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{-n}}{z^n}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_{-n}}{z^n}$$

Задание 31. Определить число особых точек $f(z) = \frac{3z+1}{z-z^3}$

Задание 32. Ряд Лорана для функции $f(z)$ имеет вид $f(z) = -\frac{4}{z^2} + \frac{3}{z} + 5 + 4z$. Тогда точки $z = 0$ является

Задание 33. Найти нули и определить их кратность для функции $f(z) = z^4 + 4z^2$

Задание 34. Найти нули и определить их кратность для функции $f(z) = z^4 + 9z^2$

Задание 35. Найти особые точки и определить их тип для функции $f(z) = \frac{\sin z}{z^3 + 4z}$

Задание 36. Найти особые точки и определить их тип для функции $f(z) = \frac{\sin z}{z^2 - z^3}$

1 вариант отвечает на вопросы с нечетными номерами, а 2 вариант отвечает на вопросы с четными номерами.

Тест рассчитан на 60 мин.

«Отлично» (15 -18 б.) достигнут, если студент ответил на 15-18 вопросов;

«Хорошо» (11 -15 б.) достигнут, если студент ответил на 11-15 вопросов;

«Удовлетворительно» (7 - 11 б.) достигнут, если студент ответил на 7-11 вопросов.

2) Практические занятия (УК-2).

Практическое занятие №1. Элементарные функции комплексного переменного. Вычисление значений элементарных функций

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Какая форма комплексного числа называется алгебраической (тригонометрической, показательной)?
2. Какие комплексные числа называются равными?
3. Что такое модуль и аргумент комплексного числа?
4. Какие формулы связывают модуль и аргумент комплексного числа с его действительной и мнимой частями?
5. По каким формулам производится умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел?
6. Какова геометрическая интерпретация действий с комплексными числами?
7. Как в комплексной плоскости определяется показательная функция? Какие её свойства вы знаете?
8. Как в комплексной плоскости определяется логарифмическая функция? Какие её свойства вы знаете? Что такое главное значение логарифмической функции?
9. Как в комплексной плоскости определяются тригонометрические функции? Какие их свойства вы знаете?
10. Как связаны гиперболические функции комплексного переменного с тригонометрическими функциями?

11. Как определяется общая степенная функция?

Практическое занятие №2. Свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной, условия Коши – Римана.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Что называется производной функции комплексного переменного? По какой формуле она вычисляется?
2. Какая функция называется аналитической?
3. Запишите условия Коши-Римана
4. Какая функция называется гармонической?
5. Какой геометрический смысл у модуля производной?
6. Какой геометрический смысл у аргумента производной?
7. Какие свойства аналитической функции вы знаете?

Практические занятия №3. Нули аналитической функции. Разложение функций комплексного переменного в ряд Тейлора.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Как определяется нуль функции кратности k ?
2. Какое представление имеет аналитическая функция, если z_0 нуль функции кратности k ?
3. Что такое простой нуль функции?
4. Какие свойства нулей аналитической функции вы знаете?
5. Какой ряд называется рядом Тейлора?
6. Какова область сходимости ряда Тейлора?
7. По каким формулам вычисляется радиус сходимости ряда Тейлора?
8. Какие стандартные разложения в ряд Тейлора вы знаете?
9. Какие свойства степенных рядов вы знаете?

Практические занятия №4. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Какой вид имеет ряд Лорана для функции аналитической в кольце $r < |z - z_0| < R$?
2. Что такое главная и правильная часть ряда Лорана?
3. Где сходится ряд Лорана?
4. Какой вид имеет ряд Лорана для функции аналитической в окрестности бесконечно удаленной точки?

Практическое занятие №5. Изолированные особые точки аналитической функции.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Какая точка называется изолированной особой точкой аналитической функции?
2. Какие типы особых точек вы знаете?
3. Как классифицируются особые точки по разложению в ряд Лорана?
4. Какой признак устранимой особой точки (полюса, существенно особой точки)?
5. Как определяется кратность полюса?
6. Как связаны нули и полюса аналитической функции?
7. Как классифицируется бесконечно удаленная точка?

Практическое занятие №6. Контрольная работа по теме «Функции комплексного переменного, нули и особые точки».

Контрольная работа №1 (темы, выносимые на контрольную работу)

1. Действия с комплексными числами.
2. Вычисление значений элементарных функции комплексного переменного.
3. Решение уравнений.
4. Изображение множества комплексных чисел на плоскости.

5. Условия Коши – Римана.
6. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
7. Разложение функции в ряд Тейлора или Лорана.
8. Нахождение нулей аналитической функции.
9. Нахождение особых точек аналитической функции

Контрольная работа №1 (задания)

1. Вычислить $\sqrt[5]{1-i}$ и изобразить ответы на комплексной плоскости. (2б)
2. Решить уравнение $\sin z = 3i$. (2б)
3. Вычислить: $(1-i)^i$ (2б)
4. Проверить аналитичность функции:
А) $f(z) = z^2 - 3i\bar{z}$ (2б)
5. Найти коэффициент растяжения и угол поворота отображения $f(z) = z^2 + 2z$ в точке $z_0 = 1 + i$ (2б)
6. Изобразить множество точек заданных условием $|z - 2 + 3i| \geq 1$, $|\arg(z - 2 + 3i)| < \pi/3$; $\operatorname{Re} z < 5$ (2б)
7. Разложить функцию $f(z) = \frac{2z-5}{z^2-5z+6}$ в ряд Лорана в кольце $2 < |z| < 3$ (2б)
8. Найти особые точки и определить их тип (в случае полиса порядок) $f(z) = z^2 / \cos z$; (3 б)
9. Найти нули и их кратность $f(z) = \frac{\operatorname{sh}^2 z}{z}$ (3б)

Студент получает «отлично», если набрал 16 – 20 баллов; «хорошо», если набрал 12 – 16 баллов; «удовлетворительно», если набрал 8 – 12 баллов.

Модуль 2: (50 баллов):

Модуль содержит 3 лекционных и 3 практических занятия, на последнем из которых дается контрольная работа № 2. Знание лекционного материала оценивается с помощью теста, состоящего из 22 вопросов, максимальное количество баллов за тест составляет 24. За выполненные и защищенные практические занятия студент получает максимум по 2 балла (всего 6 баллов). Максимальное количество баллов за контрольную работу №2 составляет 20. Общее максимальное количество баллов за модуль 2 составляет 50.

1) Типовые тестовые задания (УК-2)

Задание 1. Выберите неверное утверждение

Если $f(z)$ аналитическая в односвязной области D , то
 имеет место формула Ньютона – Лейбница;
 интеграл по любому контуру C из D равен нулю;
 имеет место формула интегрирования по частям;
 интеграл от $f(z)$ зависит от пути интегрирования.

Задание 2. Если $f(z)$ аналитическая в D и непрерывная в $\bar{D} = D \cup C$, где C – граница D , то

$$\int_C f(z) dz = 0$$

$$\int_C \frac{f(z)dz}{z - z_0} = 0$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)dz}{(z - z_0)^{m+1}} = \frac{f^{(m)}(z_0)}{m!}$$

Задание 3. Найдите ошибочное утверждение, если $f(z)$ аналитическая в односвязной области D и непрерывная в $\bar{D} = D \cup C$, где C – граница D , то
интеграл от $f(z)$ по границе C равен нулю;
интеграл от $f(z)$ зависит от деформации контура интегрирования;
интеграл по любому контуру C из D равен нулю.

Задание 4. Если $z = z_0$ ($|z_0| < \infty$) устранимая особая точка $f(z)$, то вычет функции в ней равен числу, не равному 0

∞

0

Задание 5. Если $z_0 = \infty$ устранимая особая точка $f(z)$, то

$$\text{Res}[f(z), \infty] = a_{-1}$$

$$\text{Res}[f(z), \infty] = \lim_{z \rightarrow \infty} (f(z) - \frac{a_{-1}}{z})$$

$$\text{Res}[f(z), \infty] = 0$$

Задание 6. Теорема о полной сумме вычетов утверждает, что

$$\sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k] + \text{Res}[f(z), \infty] = \dots$$

$$2\pi i$$

0

$$a_{-1}$$

Задание 7. Если $f(z)$ аналитическая в D всюду, кроме точек $z_k, k = 1, 2, \dots, n$ и C – граница D , то

$$\int_C f(z)dz = 2\pi i \cdot \dots$$

$$\sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k]$$

$$\frac{a_{-1}}{f(z_0)}$$

Задание 8. Вычетом функции $f(z)$ изолированной особой точки z_0 называется комплексное число

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C f(z)dz$$

$$2\pi i \cdot f(z_0).$$

Задание 9. Обобщенная интегральная формула Коши имеет вид

$$\int_C f(z)dz = 0$$

$$\int_C f(z)dz = 2\pi i \cdot a_{-1}$$

$$\int_C \frac{f(z)dz}{z - z_0} = 2\pi i \cdot f(z_0)$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z)dz}{(z - z_0)^{m-1}} = \frac{f^{(m)}(z_0)}{m!}$$

Задание 10. Вычет в полюсе первого порядка z_0 функции $f(z)$ находится по формуле

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) \cdot f(z)$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z)}{(z - z_0)}$$

Задание 11. Интеграл от функции комплексного переменного имеет свойства

$$\begin{aligned} \int_{AB} f(z) dz &= - \int_{BA} f(z) dz \\ \left| \int_{AB} f(z) dz \right| &\leq \int_{AB} |f(z)| dz \\ \int_{AB} [f(z) \cdot g(z)] dz &\leq \int_{AB} f(z) dz \cdot \int_{AB} g(z) dz \end{aligned}$$

Задание 12. Основная теорема теории вычетов утверждает, что

$$\sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k] + \text{Res}[f(z), \infty] = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z) dz}{(z - z_0)^{m+1}} &= \frac{f^{(m)}(z_0)}{m!} \\ \int_C f(z) dz &= 2\pi i \cdot \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k] \\ \int_C \frac{f(z) dz}{z - z_0} &= 2\pi i \cdot f(z_0) \end{aligned}$$

Задание 13. Найти вычет функции $f(z)$ в точке $z = 0$, если ее разложение в ряд Лорана имеет

$$\text{вид } f(z) = -\frac{4}{z^2} + \frac{3}{z} + 5 + 4z$$

- 4
- 3
- 3
- 4

Задание 14. Найти вычет функции $f(z)$ в точке $z = \infty$, если ее разложение в ряд Лорана имеет

$$\text{вид } f(z) = -\frac{4}{z^2} + \frac{3}{z} + 5 + 4z$$

- 4
- 3
- 3
- 4

Задание 15. Найти вычет функции $f(z) = e^{\frac{1}{2z}}$ в точке $z = 0$

- 0
- $\frac{1}{2}$
- 1
- $2\pi i$

Задание 16. Найти вычет функции $f(z) = \sin \frac{3}{z}$ в точке $z = 0$

- 3
- 3
- 0

$$2\pi i$$

Задание 17. Вычислить интеграл $\int_1^i (2z + 3) dz$

- $-3i + 5$
- 3
- $3i - 5$
- 0

Задание 18. Вычислить интеграл $\int_1^2 (3z^2 + 3) dz$

–2
3
3i– 5
10

Задание 19. Вычислить интеграл $\int_C \frac{\cos z}{z(z+1)} dz$, где C - круг $|z - 2| < 1$

1
3
3i– 5
0

Задание 20. Вычислить интеграл $\int_C \frac{\sin \frac{z}{2}}{z(z-1)} dz$, где C - круг $|z + 2| < 1$

1
3
3i– 5
0

Задание 21. Вычет в бесконечно удаленной точке равен
0;

a_{-1} ;

$2\pi i$;
 $-a_{-1}$.

Задание 22. Выберите верное утверждение (несколько)

$\text{Res}[f(z), \infty] = a_{-1}$;

вычет в конечной устранимой особой точке равен 0;

основная теорема теории вычетов утверждает

$$\int_C f(z) dz = 2\pi i \cdot \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k],$$

где z_k – изолированные особые точки $f(z)$, попавшие внутрь C;

$$\int_{AB} f(z) dz = \int_{BA} f(z) dz.$$

Тест рассчитан на 60 мин.

«Отлично» (20 -24 б.) достигнут, если студент ответил на 18-22 вопроса;

«Хорошо» (15 -20 б.) достигнут, если студент ответил на 14-18 вопросов;

«Удовлетворительно» (10 - 15 б.) достигнут, если студент ответил на 9-14 вопросов.

2) Практические занятия (УК-2).

Практическое занятие №7. Непосредственное интегрирование. Вычисление интегралов с использованием интегральной формулы и теоремы Коши.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Что называется интегралом от функции комплексного переменного?
2. Как вычисляется интеграл от функции комплексного переменного?
3. Какие свойства интеграла от функции комплексного переменного вы знаете?
4. Зависит ли интеграл от функции комплексного переменного от направления движения по линии? Поясните ответ.
5. Сформулируйте интегральную теорему Коши.
6. Зависит ли интеграл от функции комплексного переменного от деформации контура?
7. Как записывается интегральная формула Коши?
8. Как записывается обобщенная интегральная формула Коши?

Практическое занятие №8. Вычисление вычетов в изолированных особых точках аналитической функции. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Что называется вычетом функции $f(z)$ в изолированной особой точке?
2. Как связан вычет с коэффициентами ряда Лорана?
3. Чему равен вычет в устранимой особой точке (конечной или бесконечной)?
4. Чему равен вычет в полюсе порядка m ?
5. Чему равен вычет в существенно особой точке?
6. Чему равна полная сумма вычетов функции (теорема)?
7. Чему равна полная сумма вычетов функции (теорема)?
8. Сформулируйте основную теорему теории вычетов.
9. Как вычислить вычет в существенно особой точке?
10. Чему равен вычет в полюсе порядка m ?
11. Как связан вычет с коэффициентами ряда Лорана?

Практическое занятие №9. Контрольная работа по теме «Интегралы в комплексной плоскости».

Контрольная работа №2 (темы, выносимые на контрольную работу)

1. Непосредственное интегрирование в комплексной плоскости.
2. Вычисление интегралов с использованием интегральной формулы и теоремы Коши.
3. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

Контрольная работа №2 (задания)

Вычислить следующие интегралы

1. $\int_C \frac{\sin z}{z^2(z-\frac{\pi}{2})}, C: |z| = 2$ (4б)
2. $\int_C e^{\frac{2}{z-1}} \frac{dz}{(z-1)^2}, C: |z-1| = 1$ (4б)
3. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ (4б)
4. $\int_C \frac{\sin z}{z^2(z-\frac{\pi}{2})}, C: |z+4| = 2, C: \left|z-\frac{\pi}{2}\right| = 1$ (4б)
5. $\int_C (2z+3)dz$, где $C: |z| = 2, \operatorname{Im} z \geq 0$ (4б)

Студент получает «отлично», если набрал 16 – 20 баллов; «хорошо», если набрал 12 – 16 баллов; «удовлетворительно», если набрал 8 – 12 баллов.

1.3.2 Оценочные материалы для заочной формы обучения

- 1) Контрольных работ по данной дисциплине не предусмотрено.
- 2) Практические занятия

Практическое занятие №1. Действия с комплексными числами. Вычисление значений элементарных функций комплексного переменного.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Какая форма комплексного числа называется алгебраической (тригонометрической, показательной)?
2. Какие комплексные числа называются равными?
3. Что такое модуль и аргумент комплексного числа?

4. Какие формулы связывают модуль и аргумент с действительной и мнимой частями одного и того же комплексного числа?
5. По каким формулам производится умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел?
6. Какова геометрическая интерпретация действий с комплексными числами?
7. Как в комплексной плоскости определяется показательная функция? Какие её свойства вы знаете?
8. Как в комплексной плоскости определяется логарифмическая функция? Какие её свойства вы знаете? Что такое главное значение логарифмической функции?
9. Как в комплексной плоскости определяются тригонометрические функции? Какие их свойства вы знаете?
10. Как связаны гиперболические функции комплексного переменного с тригонометрическими функциями?
11. Как определяется общая степенная функция?

Практическое занятие №2. Дифференцируемость, условия Коши – Римана. Изолированные особые точки аналитической функции.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Что называется производной функции комплексного переменного? По какой формуле она вычисляется?
2. Какая функция называется аналитической?
3. Запишите условия Коши-Римана
4. Какая функция называется гармонической?
5. Какой геометрический смысл у модуля производной?
6. Какой геометрический смысл у аргумента производной?
7. Какие свойства аналитической функции вы знаете?
8. Какая точка называется изолированной особой точкой аналитической функции?
9. Какие типы особых точек вы знаете?
10. Как классифицируются особые точки по разложению в ряд Лорана?
11. Какой признак устранимой особой точки (полюса, существенно особой точки)?

Практическое занятие №3. Непосредственное интегрирование. Вычисление интегралов с использованием интегральной формулы Коши и основной теоремы теории вычетов.

Контрольные вопросы (УК-2):

1. Сформулируйте интегральную теорему Коши.
2. Зависит ли интеграл от функции комплексного переменного от деформации контура?
3. Как записывается интегральная формула Коши?
4. Как записывается обобщенная интегральная формула Коши?
5. Формулы для вычисления вычетов в особых точках аналитической функции.
6. Основная теорема теории вычетов.
7. Теорема о полной сумме вычетов.

1.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1.4.1 Порядок и методика проведения промежуточных и итоговой аттестаций

А. Очная форма обучения

Предусмотрены следующие виды контроля:

- промежуточный контроль по каждому модулю – в форме написания теста для оценки теоретических знаний;

- промежуточный контроль по каждому модулю – в форме написания контрольной работы и практическим занятиям для оценки практических навыков;
- итоговый контроль по дисциплине – в форме зачета.

Текущий контроль успеваемости на практических занятиях проводится в два этапа:

- 1-й этап: проверка выполнения домашнего задания (16)
- 2-й этап выполняется по окончании каждого практического занятия в форме отчета, в который входят решенные примеры, ответы на контрольные вопросы, основные определения и формулы (16). На последнем практическом занятии каждого модуля студенты выполняют контрольную работу.

С целью повышения качества обучения за счет побуждения студентов к активной текущей учебной работе, четкого и оперативного контроля всего хода учебного процесса, снижения роли случайных и субъективных факторов при оценивании учебной деятельности студентов в образовательном процессе реализована модульно-рейтинговая система.

Правила ее использования прописаны в «Положении об МРС».

Набранные обучающимся баллы могут быть переведены в оценку:

- «неудовлетворительно» - от 0% до <40% от максимального количества баллов;
- «удовлетворительно» - от 41% до < 60% максимального количества баллов;
- «хорошо» - от 61% до < 80% максимального количества баллов;
- «отлично» - от 81% до 100% максимального количества баллов.

Для получения зачета студенту достаточно набрать от 41 и более баллов.

Теоретический блок оценивается по результатам теста. Практический блок оценивается по результатам выполнения заданий на практических занятиях и контрольной работе. Соотношения баллов по блокам модулей показаны в Таблице 1.

Таблица 1. Распределение баллов по блокам модулей дисциплины
«Теория функции комплексного переменного»

Модуль	Всего баллов (Максимальное значение)	Теоретический блок (тест)	Практический блок (Распределение баллов по занятиям)
Модуль 1	50	18	32=2+2+2+2+2+(2+20)
Модуль 2	50	24	26=2+2+(2+20)

Распределение баллов по блокам модулей дисциплины доводится преподавателем до студентов в начале семестра. Рейтинг изменяется непрерывно по мере поступления и обработки новых данных об успеваемости студентов и отражается в сети Филиала.

Рекомендуется устанавливать соответствие набранных баллов оценке по пятибалльной системе на текущий момент.

В течение учебного процесса при успешном усвоении материала студент может набрать необходимое количество баллов для положительной аттестации по дисциплине.

Б. Очно-заочная и заочная форма обучения

Изучение дисциплины « Теория функций комплексного переменного» для студентов очно-заочной и заочной формы обучения не предусматривает контрольных работ. Поэтому итоги изучения дисциплины оцениваются на зачете. Зачет для студентов очно-заочной и заочной формы обучения по дисциплине « Теория функций комплексного переменного» проводится в традиционной форме по билетам. Билет состоит из одного теоретического и двух практических

вопросов. При сдаче зачета студент должен показать знание курса дисциплины в объеме, установленном рабочей программой, умение решать математические задачи, а также готовность дать пояснения по существу решений задач. Зачет считается сданным, если студент ответил правильно не менее чем на 40% заданий.

2 Методические указания по проведению практических занятий

1. Костецкая Г.С. «Практикум по теории функций комплексного переменного» - методическая разработка, размещенная на сайте СКФ МТУСИ в разделе «Методические материалы»: http://www.skf-mtusi.ru/?page_id=659.

2. Костецкая Г.С. Методические указания по практическим занятиям для студентов очной и заочной форм обучения направление подготовки – 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи» - методическая разработка, размещенная на сайте СКФ МТУСИ в разделе «Методические материалы»: http://www.skf-mtusi.ru/?page_id=659.

3. Костецкая Г.С. «Функции комплексного переменного. Конспект лекций для студентов 2 курса» - методическая разработка, размещенная на сайте СКФ МТУСИ в разделе «Методические материалы»: http://www.skf-mtusi.ru/?page_id=659.

4. Костецкая Г.С., Ефименко В.Н., Докучаев С.А., Прушинская Л.А. «Высшая математика. Конспект лекций для студентов 2 курса» - методическая разработка, размещенная на сайте СКФ МТУСИ в разделе «Методические материалы»: http://www.skf-mtusi.ru/?page_id=659

3. Образец билета для зачета.

	Федеральное агентство связи Северо-Кавказский филиал ордена Трудового Красного Знамени федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский технический университет связи и информатики»	Утверждаю Зав. кафедрой «ОМП» _____ Конкин Б.Б.. «___» _____ 20__ г.
Направление подготовки: 11.03.02 <i>Инфокоммуникационные технологии и системы связи</i> Курсы: 2 Дисциплина: <i>Теория функций комплексного переменного</i>		
Билет №1 1. Комплексные числа и действия с ними. 2. Вычислить $\ln(1 + i)$, $\ln(3i)$. 3. Проверить аналитичность функции $f(z) = (\bar{z})^2$. Доцент каф. «ОМП» _____ Костецкая Г.С.. «___» _____ 20__ г.		

4. Вопросы для тестирования (УК-2)

Тест остаточных знаний

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Задание 1. Установите соответствие между комплексным числом и его модулем

- | | |
|---------------------|--------------|
| 1. $3 - 4i$ | a 5 |
| 2. $-\sqrt{3} + i$ | b 3 |
| 3. $-1 - \sqrt{8}i$ | c 2 |
| 4. $5 + 12i$ | d 13 |
| | e 1 |
| | f $\sqrt{2}$ |

– $1 \rightarrow a; 2 \rightarrow b; 3 \rightarrow c; 4 \rightarrow d$

– $1 \rightarrow d; 2 \rightarrow e; 3 \rightarrow c; 4 \rightarrow f$

+ $1 \rightarrow a; 2 \rightarrow c; 3 \rightarrow b; 4 \rightarrow d$

– $1 \rightarrow b; 2 \rightarrow d; 3 \rightarrow f; 4 \rightarrow e$

Задание 2. Даны 2 комплексных числа $z_1 = 12 + 5i$ и $z_2 = 3 - 4i$. Установите соответствие между операциями над данными числами и результатами их вычисления

- | | |
|----------------|---------------|
| 1. $z_1 + z_2$ | a) $9 + 9i$ |
| 2. $z_1 - z_2$ | b) $15 + i$ |
| 3. $z_1 z_2$ | c) $50 + 33i$ |
| | d) $56 - 33i$ |

+ $1 \rightarrow b, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow d$

– $1 \rightarrow b, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow c$

– $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow b, 3 \rightarrow c$

– $1 \rightarrow c, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow d$

Задание 3. Даны 2 комплексных числа $z_1 = 2 - 3i$ и $z_2 = 3 + 2i$, тогда модуль произведения $|z_1 z_2|$ равен

+ 13

– 12

– 8

– 20

Задание 4. Даны 2 комплексных числа $z_1 = 13 - 5i$ и $z_2 = 1 - 21i$, тогда $|z_1 - z_2|$ равен

– 32

– 12

+ 8

– 20

Задание 5. Если z – комплексное число, $Im z = 10$, $\arg z = \arcsin \frac{5}{6}$, то модуль числа z равен ...

+ 12

Задание 6. Если z – комплексное число, $Re z = 12$, $\arg z = \arccos \frac{1}{6}$, то модуль числа z равен ...

+ 12

Задание 7. Корнями комплексного числа $z = \sqrt{i}$ являются

$$\begin{aligned}
& - \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) \\
& + \frac{\sqrt{2}}{2}(-1-i) \\
& - \frac{\sqrt{2}}{2}(1-i) \\
& + \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)
\end{aligned}$$

Задание 8. Дано комплексное число $z = -\sqrt{3} + i$, тогда $\varphi = \arg z$ в градусах равен $(-180^\circ < \varphi \leq 180^\circ)$
 $+ 150^\circ$

Задание 9. Аргумент $\frac{2\pi}{3}$ имеют следующие комплексные числа

$$\begin{aligned}
& -1 + \sqrt{3}i \\
& - 1 - \sqrt{3}i \\
& -\sqrt{3} + i \\
& + -1 + \sqrt{3}i
\end{aligned}$$

Задание 10. Комплексное число $1 + i$ можно представить в виде (несколько ответов)

$$\begin{aligned}
& - \sqrt{2}e^{\frac{i3\pi}{2}} \\
& + \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) \\
& - \sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) \\
& + \sqrt{2}e^{\frac{i\pi}{4}}
\end{aligned}$$

Задание 11. Мнимая часть функции $W(z) = z^2 - 3z$ комплексного переменного $z = x + iy$ равна

$$\begin{aligned}
& - x^2 + y^2 - 3y \\
& + 2yx - 3y \\
& - x^2 - y^2 - 3x \\
& - x^2 - y^2 + 3x
\end{aligned}$$

Задание 12. Действительная часть функции $W(z) = z^2 - 3z$ комплексного переменного $z = x + iy$ равна

$$\begin{aligned}
& - x^2 + y^2 - 3y \\
& - x^2 + y^2 - 3x \\
& + x^2 - y^2 - 3x \\
& - x^2 - y^2 + 3x
\end{aligned}$$

Задание 13. Установите соответствие между функциями комплексного переменного и формулами для их вычисления.

5. e^z	a. $\frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$
6. $\sin z$	b. $e^x(\cos y + i \sin y)$
7. $\ln z$	c. $\ln z + i \arg z + 2\pi ki$
8. shz	d. $\frac{e^z - e^{-z}}{2}$

$$+ 1 \rightarrow b, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow d$$

$$-1 \rightarrow c, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow b, 4 \rightarrow d$$

$$-1 \rightarrow b, 2 \rightarrow d, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow a$$

$$-1 \rightarrow a, 2 \rightarrow b, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow d$$

Задание 14. Если $z = x + iy$ и $f(z) = e^{2z}$, $f'(z)$ имеет вид

$$-2e^{2x}(\sin 2y + i \cos 2y)$$

$$-e^{2x}(\sin 2y + i \cos 2y)$$

$$+2e^{2x}(\cos 2y + i \sin 2y)$$

$$-e^{2x}(\cos 2y + i \sin 2y)$$

Задание 15. Значение функции $f(z) = z^2 + i$ в точке $z_0 = 1 + i$ равно

$$-2 + 3i$$

$$-2i$$

$$-3 + 2i$$

$$+ 3i$$

Задание 16. Значение функции $f(z) = 2z^2 - 4i$ в точке $z_0 = 1 - i$ равно

$$-4 - 8i$$

$$+ -8i$$

$$- 4 - 6i$$

$$--6i$$

Задание 17. Значение функции $f(z) = \cos \frac{\pi i}{3}$ равно

$$+ \operatorname{ch} \frac{\pi}{3}$$

$$-i \operatorname{ch} \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$-i \operatorname{sh} \frac{\pi}{3}$$

Задание 18. Значение функции $f(z) = \sin \frac{\pi i}{3}$ равно

$$-\operatorname{ch} \frac{\pi}{3}$$

$$-i \operatorname{ch} \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$+ i \operatorname{sh} \frac{\pi}{3}$$

Задание 19. Если $z = x + iy$ и $f(z) = 3z^2 + 5i$, то значение производной функции в точке $z_0 = 2 - i$ равно

$$-2 - i$$

$$- 12 - i$$

$$+ 12 - 6i$$

$$- 3 - 9i$$

Задание 20. Если $z = x + iy$ и $f(z) = 4z^2 - 10i$, то значение производной функции в точке $z_0 = 1 - 3i$ равно

$$- 1 - 24i$$

$$- 1 - 3i$$

$$- 8 - 3i$$

$$+ 8 - 24i$$

Задание 21. Если $z = x + iy$ и $f(z) = z^2$, то модуль производной функции в точке $z_0 = -5 - 12i$ равен

$$- 13$$

$$+ 26$$

$$- 30$$

– 15

Задание 22 Если $z = x + iy$ и $f(z) = z^2$, то модуль производной функции в точке $z_0 = -9 + 12i$ равен

– 13

– 26

+ 30

– 15

Задание 23. Функция $f(z)$ однозначная и дифференцируемая в каждой точке области D называется _____ в D

– гармонической

– непрерывной

+ аналитической

– интегрируемой

Задание 24. Установите соответствие между функциями комплексного переменного и формулами для их вычисления.

1. e^z

a. $\frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$

2. $\cos z$

b. $e^x(\cos y + i \sin y)$

3. $\ln z$

c. $\ln|z| + i \arg z +$

4. $\operatorname{ch} z$

d. $\frac{e^z + e^{-z}}{2}$

+ $1 \rightarrow b, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow d$

– $1 \rightarrow c, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow b, 4 \rightarrow d$

– $1 \rightarrow b, 2 \rightarrow d, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow a$

– $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow b, 3 \rightarrow c, 4 \rightarrow d$

Задание 25. Условия Коши-Римана для функции $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$+ \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Задание 26. Функция $u(x, y)$ называется гармонической, если

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$+ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Задание 27. Два комплексных числа называются равными, если

– равны их модули

– равны их аргументы

+ равны действительные и мнимые части

Задание 28. Комплексно сопряженным к числу $z = x + iy$ называют

$$-z = -x + iy$$

$$-z = -x - iy$$

$$+z = x - iy$$

Задание 29. Выберите неверное утверждение

$$-z = x + iy$$

$$-z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$-z = re^{i\varphi}$$

$$+z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

Задание 30. Выберите неверное утверждение

$$-|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$-z^n = r^n(\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

$$+z = ire^{i\varphi}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$$

Задание 31. Умножение комплексных чисел выполняется по формуле

$$-r_1 r_2(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_2)$$

$$+r_1 r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

$$-r_1 r_2(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$$

$$-r_1 r_2(\cos \varphi_1 - i \sin \varphi_2)$$

Задание 32. Окончите утверждение уравнение $z^4 + 1 - i = 0$ имеет ____ корни.

+ 4.

Задание 33. Закончите определение $z_0 \in D$ есть нуль кратности m для $f(z)$, аналитической в D , если

$$f(z_0) = f'(z_0) = \dots = f^{(m-1)}(z_0) = 0, \text{ _____}$$

$$-f^{(m)}(z_0) = 0$$

$$+f^{(m)}(z_0) \neq 0$$

$$-f^{(m)}(z_0) > 0$$

Задание 34. Выберите верные утверждения (несколько)

$$+ e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}, |z| < \infty;$$

$$- \ln(1+z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} z^n}{n!}, |z| < 1;$$

$$+ \cos z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}.$$

Задание 35. Ряд Лорана для $f(z)$ в окрестности точки z_0 имеет вид

$$- \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n (z - z_0)^n$$

$$- \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{(z - z_0)^n}$$

Задание 36. Ряд Лорана для $f(z)$ сходится

$$- \text{ в круге } |z - z_0| < R$$

$$- \text{ во всей плоскости}$$

$$+ \text{ в кольце } r < |z - z_0| < R$$

Задание 37. Точка z_0 называется устранимой особой точкой для $f(z)$, если главная часть ряда Лорана

$$- \text{ имеет конечное число членов};$$

$$- \text{ имеет бесконечное число членов};$$

$$+ \text{ равна } 0.$$

Задание 38. Если $f(z)$ аналитическая в проколотой окрестности точки z_0 и

$$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = \infty, \text{ то } z_0$$

$$- \text{ устранимая};$$

- + полюс;
- существенно особая.

Задание 39. Изолированная особая точка будет устранимой для $f(z)$, если

- $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = \infty$
- + $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A < \infty$
- $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$ не существует

Задание 40. Выберите разложение Лорана, соответствующее $z = \infty$ – устранимой особой для $f(z)$

- + $a + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{z^n}$
- $a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_m z^m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{z^n}$
- $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_n}{z^n}$

Задание 41. Определить число особых точек $f(z) = \frac{3z+1}{z-z^3}$

- 1
- 2
- 3
- + 4

Задание 42. Определить число особых точек $f(z) = \frac{5z+6}{z+z^3}$

- 1
- 2
- 3
- + 4

Задание 43. Ряд Лорана для функции $f(z)$ имеет вид $f(z) = -\frac{4}{z^2} + \frac{3}{z} + 5 + 4z$. Тогда точки $z = 0$ является

- устранимой
- + полюсом второго порядка
- существенно особой

Задание 44. Точка z_0 будет полюсом порядка m функции $f(z)$, если – $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) = A < \infty$

- + $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) (z - z_0)^m = A < \infty$
- $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z) / (z - z_0)^m = A < \infty$

Задание 45. Найти нули и определить их кратность для функции $f(z) = z^4 + 4z^2$

- + $z = 0$ – кратности 2; $z = 2i, z = -2i$ – кратности 1
- $z = 0$ – кратности 2; $z = 2, z = -2$ – кратности 1
- $z = 0$ – кратности 4; $z = 2i, z = -2i$ – кратности 1

Задание 46. Найти нули и определить их кратность для функции $f(z) = z^4 + 9z^2$

- $z = 0$ – кратности 2; $z = 3, z = -3$ – кратности 1
- + $z = 0$ – кратности 2; $z = 3i, z = -3i$ – кратности 1
- $z = 0$ – кратности 4; $z = 3i, z = -3i$ – кратности 2

Задание 47. Найти особые точки функции $f(z) = \frac{\cos z}{z^2 - z^3}$

- $z = 0; z = 1$.
- + $z = 0; z = 1; z = \infty$
- $z = 0; z = 1; z = \frac{\pi}{2}$.

Задание 48. Найти особые точки и определить их тип для функции $f(x) = \frac{z}{z^2+4}$

+ $z = 2i$ – полюс порядка 1; $z = -2i$ – полюс порядка 1.

– $z = 2i$ – полюс порядка 2; $z = -2i$ – полюс порядка 2.

– $z = 2$ – полюс порядка 1; $z = -2$ – полюс порядка 1.

Задание 49. Ряд Лорана для функции $f(z)$ имеет вид $f(z) = -\frac{4}{z^2} + \frac{3}{z} + 5 + 4z$. Тогда точки

$z = \infty$ является

– устранимой

– полюсом второго порядка

– существенно особой

+ полюсом первого порядка

Задание 50. Выберите разложение Лорана, соответствующее $z = \infty$ –существенно особой для $f(z)$

– $a + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{-n}}{z^n}$

– $a_1 z + a_2 z^2 + \dots + a_m z^m + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{-n}}{z^n}$

+ $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{a_{-n}}{z^n}$

Задание 51. Выберите верное утверждение (несколько)

+ для того чтобы точка z_0 была устранимой точкой функции $f(z)$ необходимо и достаточно, чтобы лорановское разложение $f(z)$ в окрестности точки z_0 не содержало главной части;

– слагаемые главной части ряда Лорана ограничены в окрестности точки z_0 ;

+ для того чтобы точка z_0 была полюсом функции $f(z)$, необходимо и достаточно, чтобы эта точка была нулем для функции $\frac{1}{f(z)}$;

+ точка z_0 называется существенно особой точкой функции $f(z)$, если в точке z_0 функция $f(z)$ не имеет предела.

Задание 52. Выберите неверное утверждение

– точка z_0 называется нулем функции $f(z)$ кратности m , если

$f(z_0) = f'(z_0) = \dots = f^{(m-1)}(z_0) = 0, f^{(m)}(z_0) \neq 0$;

+ точка z_0 будет полюсом порядка m функции $f(z)$, если

$\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)/(z - z_0)^m = A < \infty$;

– слагаемые главной части ряда Лорана не ограничены в окрестности точки z_0 ;

– точка z_0 называется существенно особой точкой функции $f(z)$, если в точке z_0 функция $f(z)$ не имеет предела.

Задание 53. Ряд Тейлора для $f(z)$ сходится

+ в круге $|z - z_0| < R$

– во всей плоскости

– в кольце $r < |z - z_0| < R$

Задание 54. Радиус сходимости степенного ряда вычисляется по формуле

– $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\alpha_{n+1}}{\alpha_n} \right|$

– $\lim_{z \rightarrow z_0} \sqrt{|\alpha_n|}$

+ $\lim_{z \rightarrow z_0} \left| \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}} \right|$

+ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{\alpha_n}}$

Задание 55. Признак Даламбера утверждает, что если существует

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} < 1, \text{ то ряд}$$

- + Сходится
- Расходится
- Сходится условно
- Сходится абсолютно

Задание 56. Выберите неверное утверждение

Если $f(z)$ аналитическая в односвязной области D , то

- имеет место формула Ньютона – Лейбница;
- интеграл по любому контуру C из D равен нулю;
- имеет место формула интегрирования по частям;
- + интеграл от $f(z)$ зависит от пути интегрирования.

Задание 57. Если $f(z)$ аналитическая в D и непрерывная в $\bar{D} = D \cup C$, где C – граница D , то

$$+ \int_C f(z) dz = 0$$

$$- \int_C \frac{f(z) dz}{z - z_0} = 0$$

$$- \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z) dz}{(z - z_0)^m} = \frac{f(z_0)}{m!}$$

Задание 58. Найдите ошибочное утверждение, если $f(z)$ аналитическая в односвязной области D и непрерывная в $\bar{D} = D \cup C$, где C – граница D , то

- интеграл от $f(z)$ по границе C равен нулю;
- + интеграл от $f(z)$ зависит от деформации контура интегрирования;
- интеграл по любому контуру C из D равен нулю.

Задание 59. Если $z = z_0$ ($|z_0| < \infty$) устранимая особая точка $f(z)$, то вычет функции в ней равен

- числу, не равному 0
- ∞
- + 0

Задание 60. Если $z_0 = \infty$ устранимая особая точка $f(z)$, то

- $\text{Res}[f(z), \infty] = a_{-1}$
- + $\text{Res}[f(z), \infty] = \lim_{z \rightarrow \infty} (f(\infty) - f(z))z$
- $\text{Res}[f(z), \infty] = 0$

Задание 61. Теорема о полной сумме вычетов утверждает, что

$$\sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k] + \text{Res}[f(z), \infty] = \dots$$

- $2\pi i$
- + 0
- a_{-1}

Задание 62. Если $f(z)$ аналитическая в D всюду, кроме точек $z_k, k = 1, 2, \dots, n$ и C – граница D ,

$$\text{то } \int_C f(z) dz = 2\pi i \cdot \dots$$

- + $\sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k]$
- a_{-1}
- $f(z_0)$

Задание 63. Вычетом функции $f(z)$ изолированной особой точки z_0 называется комплексное число

- a_{-1}

$$+ \frac{1}{2\pi i} \int_C f(z) dz$$

$$- 2\pi i \cdot f(z_0).$$

Задание 64. Обобщенная интегральная формула Коши имеет вид

$$- \int_C f(z) dz = 0$$

$$- \int_C f(z) dz = 2\pi i \cdot a_{-1}$$

$$- \int_C \frac{f(z) dz}{z - z_0} = 2\pi i \cdot f(z_0)$$

$$+ \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z) dz}{(z - z_0)^{m-1}} = \frac{f^{(m)}(z_0)}{m!}$$

Задание 65. Вычет в полюсе первого порядка z_0 функции $f(z)$ находится по формуле

$$- \lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$$

$$+ \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0) \cdot f(z)$$

$$- \lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z)}{(z - z_0)}$$

Задание 66. Интеграл от функции комплексного переменного имеет свойства

$$+ \int_{AB} f(z) dz = - \int_{BA} f(z) dz$$

$$- |\int_{AB} f(z) dz| \leq \int_{AB} |f(z)| dz$$

$$- \int_{AB} [f(z) \cdot g(z)] dz \leq \int_{AB} f(z) dz \cdot \int_{AB} g(z) dz$$

Задание 67. Основная теорема теории вычетов утверждает, что

$$- \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k] + \text{Res}[f(z), \infty] = 0$$

$$- \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(z) dz}{(z - z_0)^{m-1}} = \frac{f^{(m)}(z_0)}{m!}$$

$$+ \int_C f(z) dz = 2\pi i \cdot \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k]$$

$$- \int_C \frac{f(z) dz}{z - z_0} = 2\pi i \cdot f(z_0)$$

Задание 68. Найти вычет функции $f(z)$ в точке $z = 0$, если ее разложение в ряд Лорана имеет

$$\text{вид } f(z) = -\frac{4}{z^2} + \frac{3}{z} + 5 + 4z$$

$$- 4$$

$$+ 3$$

$$- 3$$

$$- 4$$

Задание 69. Найти вычет функции $f(z)$ в точке $z = \infty$, если ее разложение в ряд Лорана имеет

$$\text{вид } f(z) = -\frac{4}{z^2} + \frac{3}{z} + 5 + 4z$$

$$- 4$$

$$- 3$$

$$+ -3$$

$$- -4$$

Задание 70. Найти вычет функции $f(z) = e^{\frac{1}{2z}}$ в точке $z = 0$

$$- 0$$

$$+ \frac{1}{2}$$

- 1
- $2\pi i$

Задание 71. Найти вычет функции $f(z) = \sin \frac{3}{z}$ в точке $z = 0$

- -3
- + 3
- 0
- $2\pi i$

Задание 72. Вычислить интеграл $\int_1^i (2z + 3) dz$

- $-3i + 5$
- 3
- + $3i - 5$
- 0

Задание 73. Вычислить интеграл $\int_1^2 (3z^2 + 3) dz$

- -2
- 3
- $3i - 5$
- + 10

Задание 74. Вычислить интеграл $\int_C \frac{\cos z}{z(z+1)} dz$, где C - круг $|z - 2| < 1$

- 1
- 3
- $3i - 5$
- + 0

Задание 75. Вычислить интеграл $\int_C \frac{e^z}{z^3(z+1)} dz$, где C - круг $|z - 3| < 2$

- + 0
- 3
- $3i - 5$
- $2\pi i$

Задание 76. Выберите верное утверждение (несколько)

- $\text{Res}[f(z), \infty] = a_{-1}$;
- + вычет в конечной устранимой особой точке равен 0;
- + основная теорема теории вычетов утверждает

$$\int_C f(z) dz = 2\pi i \cdot \sum_{k=1}^n \text{Res}[f(z), z_k],$$

где z_k – изолированные особые точки $f(z)$, попавшие внутрь C ;

$$- \int_{AB} f(z) dz = \int_{BA} f(z) dz.$$

Задание 77. Вычет в бесконечно удаленной точке равен

- 0;
- a_{-1} ;
- $2\pi i$;
- + $-a_{-1}$.

Задание 78. Вычислить интеграл $\int_0^i (\sin z) dz$

- 0

$$\begin{aligned}
& - \cos i - \cos 0 \\
& + 1 - \cos i \\
& - 2\pi i
\end{aligned}$$

5. Методика проведения тестирования

Максимальное время выполнения теста - 60 минут.

Количество вопросов в тестовом задании - 78.

Для проведения контроля остаточных знаний компьютер формирует в случайном порядке 20 тестовых вопросов, на ответ по каждому из которых студенту отводится не более 3-х минут.

При прохождении тестового контроля знаний студент должен выбрать один или несколько правильных ответов на один из вопросов тестового задания.

В случае правильного ответа на 16 и более тестовых вопросов ($>80\%$) студент подтверждает освоение компетенций с уровнем «отлично», при ответе на 12-16 вопросов (61-80%) студент подтверждает освоение компетенций с уровнем «хорошо», при ответе на 8-12 вопросов (41-60%) студент подтверждает освоение компетенций с уровнем «удовлетворительно», при ответе менее чем на 8 вопроса ($<41\%$) студент не подтверждает необходимый уровень знаний и оценивается неудовлетворительно.

Дополнения и изменения в ОМ